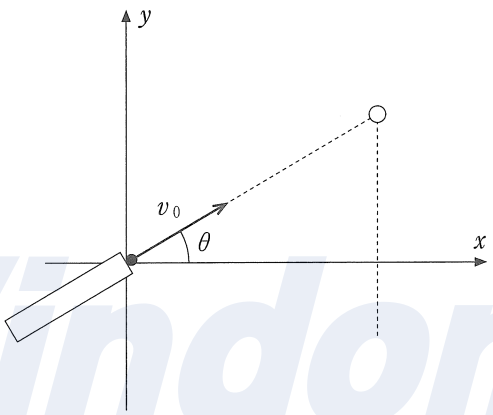
物　理（その１）

1　放物運動に関する以下の問いに答えなさい。

A　図のように，白丸で示された小さな縫いぐるみをおもちゃの大砲でねらった。黒丸で示された弾丸が初速度 v_0 で水平に対して θ の角度に発射された瞬間に，縫いぐるみが同時に初速度 0 で落下した。途中に障害物がなければ必ず弾丸は縫いぐるみに衝突する。この事実から弾丸の軌道を以下のように求めてみた。大砲の筒先から鉛直方向に y 軸をとり，水平方向に x 軸を取ることにする。このとき以下の文章中の空欄 $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(f)}}$ に入る適当な式あるいは文字を解答欄に記しなさい。なお重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるものとする。



仮に重力がなかったとしたら，弾丸と縫いぐるみはどんな運動をするだろう。縫いぐるみは最初の場所にとどまる。一方弾丸の軌道は

$$y = \boxed{\text{(a)}}$$

となる。この軌道を A と名付ける。次に重力が通常のように存在する状況下で考え，この重力下の弾丸の軌道を B と名付ける。

弾丸が縫いぐるみに必ず衝突するという事実は次のことを意味する。すなわち任意の時間における縫いぐるみと弾丸の，無重力下の位置からの鉛直方向への変位は両者とも同じということである。

弾丸が撃ち出され，それと同じ瞬間に縫いぐるみが落下を始める時刻から時間を計ることにする。縫いぐるみは時間 t の間に $\boxed{\text{(b)}}$ の距離だけ落下する。弾丸は水平方向に一定の速さ $\boxed{\text{(c)}}$ で移動するから，t と水平方向の移動距離 x の間には

$$t = \boxed{\text{(d)}}$$

という関係がある。よって B の軌道は

$$y = \boxed{\text{(e)}}\,x - \boxed{\text{(f)}}\,x^2$$

となる。これが求める式で，放物線を表す。

B (1) 図の(x, y)平面の原点0(大砲の筒先)から大きさv_0の初速度で水平に対して角度θの方向に弾丸を打ち上げる。ただし初速度の大きさv_0は一定にして，角度θをいろいろに変えて打ち上げたとする。その各軌道の最高点(X, Y)を結ぶ曲線は下に示す式で表される楕円Cである。式の空欄 $\boxed{(g)}$ ～ $\boxed{(i)}$ に入る文字を解答欄に記しなさい。ただし$\dfrac{{v_0}^2}{2g}$をaと置き換えて記しなさい。

$$\frac{X^2}{\boxed{(g)}} + \frac{\left(Y - \boxed{(h)}\right)^2}{\boxed{(i)}} = 1$$

(2) (x, y)平面の第一象限にある，上で求めた楕円Cの焦点の座標をaを用いて記しなさい。

(3) 上の各軌道のうち，x軸に対してθ_0の方向に投げあげた小物体は，第一象限にある楕円Cの焦点を通る。このとき$\tan\theta_0$を，分母を有理化した分数の形で求めなさい。

2 物体はその温度を上げると長さや体積が変化する。例外はあるが，一般に物体は温度上昇に伴って膨張し，下降に伴って収縮をする。その程度を表す物理量に膨張率がある。膨張率には長さの変化に伴う線膨張率と，体積の変化に伴う体積膨張率がある。ここでは膨張率が正の場合だけを扱う。また融解や凝固，あるいは沸騰などの事象は起こらない場合を考える。なおここで扱う物質の膨張率はいずれも1に比べ非常に小さいものとする。このとき以下の問いに答えなさい。以下の問いで$|a| \ll 1$であるとき，近似式$(1 \pm a)^n \fallingdotseq 1 \pm na$(複号同順)が成立することを使いなさい。また以下で取り扱う温度t℃は室温程度である。

いま均質な物質から出来ている固体や液体および気体を考える。ある物質で出来た固体の棒の長さが0℃でℓ_0，t℃でℓとしたとき，その物質の線膨張率は以下の式のαとして定義される。

$$\ell = (1 + \alpha t)\ell_0$$

また棒の体積が0℃でV_0，t℃でVとしたとき，その物質の体積膨張率は以下の式のβとして定義される。

$$V = (1 + \beta t)V_0$$

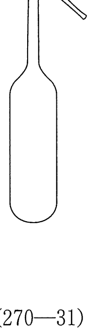
(1) 上の物質で出来た一辺の長さがℓの立方体からなる固体を考え，その線膨張率αと体積膨張率βの間に成り立つ関係式を求めなさい。

(2) 上の物質で出来た板を用意し，穴を開けた。そしてこの板の温度を一様に上げた。穴の面積は大きくなるか，変わらないか，あるいは小さくなるか。いずれかを答えなさい。

(3) nモルの理想気体が一定圧力pの元で，体積V，絶対温度Tにあるとき，気体定数をRとおくとその状態方程式は$pV = nRT$と表すことが出来る。理想気体の体積膨張率はいくらか。単位に気をつけなさい。

(4) 体積膨張率がβ_sの液体Sの0℃とt℃のときの体積をそれぞれv_0とvとする。この液体の0℃とt℃のときの密度をそれぞれd_0とdと置いたときdをd_0，β_s，tを使って表しなさい。

(5) 液体の膨張を調べる装置に図に示すような膨張計というものがある。この装置は内径1cmほどのガラス管の一端を閉じ，他端を細くして曲げて作る。いま膨張計の体積膨張率をβ_gとする。0℃で膨張計に目いっぱい入っていた溶液の質量はM_0であった。膨張計と中に入っている溶液の温度を上げてt℃としたとき液体が膨張して膨張計からあふれ出た。あふれ出た液体の質量はΔMであった。液体の体積膨張率をt，β_g，M_0，ΔMを使って表しなさい。



物　理（その2）

3 以下の問いに答えなさい。

A 図1のように，屈折率 n_1 のガラス板Aの上下面に屈折率 n_2 のガラス板Bを密着させて空気中(屈折率を1とする)においた。ガラス板Aの端面の中心から単色光の光線を中心軸に対して入射角 i で入射させた。このとき以下の問いに答えなさい。ただし，この現象はこの図の平面内でおこっていると考える。

(1) ガラス板Aに入った光の屈折角を θ としたとき，$\sin\theta$ はいくらとなるか。

(2) 光がガラス板AとBとの境界面で全反射し進んでいくためには，n_1 と n_2 の大小関係はどのようなものか。式で示しなさい。

(3) 光が全反射し進んでいくためには入射角 i に制限がある。図1の地点aで，AからBに入射する光の入射角が臨界角となるときの角 i を i_0 とするとき，i は i_0 より小さくなければならない。このとき $\sin i_0$ を求めなさい。

(4) 図のように光が進み全反射を繰り返した時，長さ ℓ のガラス板Aの反対側の端面に到達するまでの時間を求めなさい。ただし，空気中での光の速さを c とする。

(5) $0° < i < 90°$ のあらゆる入射角 i に対して全反射を起こさせるための条件を n_1 と n_2 を用いて示しなさい。

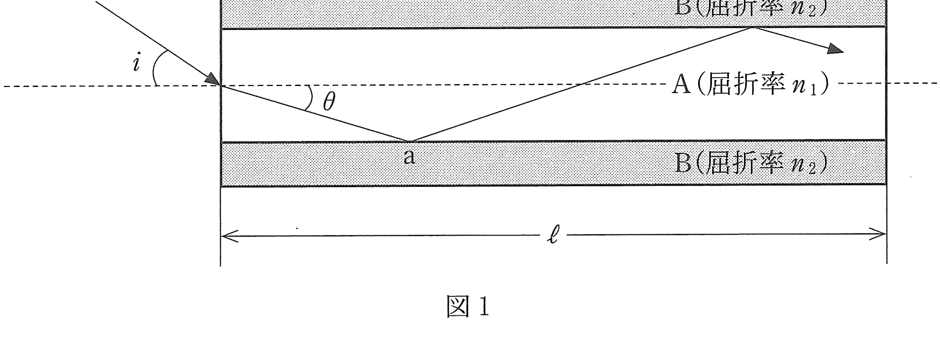


図1

B 図 2 は電磁調理器(IH 調理器)とその上に載せられた鍋の概略図である。これについて以下の問いに答えなさい。なお図 2 のトッププレートは単に鍋を載せている物であって，以下の設問には関係しない。

(1) 鍋が加熱される仕組みを句読点も入れて 40 字以内で答えなさい。

(2) どのような素材の鍋が電磁調理器に適しているか。素材の特徴を句読点も入れて 20 字以内で答えなさい。

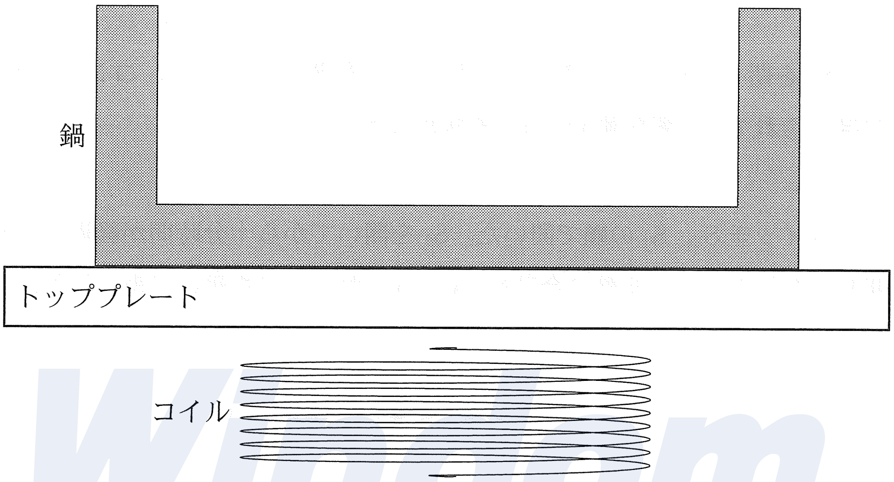


図 2

4 図のような，抵抗値が R_1，R_2，R_3 の３つの抵抗，電気容量 C の２つのコンデンサー C_1，C_2，内部抵抗の無視できる起電力 V の電池，およびスイッチ S_1，S_2 からなる回路がある。はじめ２つのスイッチは開いていて，２つのコンデンサーには電荷は蓄えられていなかった。このとき以下の問いに答えなさい。

(1) S_1 だけを閉じた瞬間に a 点ならびに b 点を流れる電流を求めなさい。

(2) 上の(1)の状態から時間が十分経過したときに，b 点を流れる電流を求めなさい。またコンデンサー C_1，C_2 に蓄えられた電気量を求めなさい。

(3) 次に，S_1 を閉じたまま S_2 を閉じて時間が十分経過したときに，コンデンサー C_1，C_2 それぞれに蓄えられている電気量 Q_1，Q_2 を求めなさい。

(4) さらにスイッチ S_2，S_1 の順で開いた。S_1 を開いてから十分時間が経過するまでの間にすべての抵抗で生じたジュール熱の合計を，Q_1，Q_2 および C を用いて表しなさい。