

## 数 学 (その1)

1 次の各問に答えよ。ただし、(1)(2)については答は結果のみを解答欄に記入せよ。

また、 $10!$ 、 $9!$ のような大きな数の階乗や累乗は、値を計算せずに  $a!$  や  $a^m$  のような表記でもよい。

(1) 中身が見えない袋の中に、1個の赤玉と9個の白玉が入っている。この袋の中から玉を1つ取り出して色を確認し、またもとに戻すという試行を10回繰り返すとする。このとき、赤玉が8個出る確率を求めよ。

(2) 中身が見えない袋の中に、1個の赤玉と  $n - 1$  個の白玉が入っている。この袋の中から玉を1つ取り出して色を確認し、またもとに戻すという試行を  $n$  回繰り返すとする。このとき、赤玉が8個出る確率を  $P_n$  とする。 $P_n$  を  $n$  の式で表せ。ただし、 $n \geq 8$  とする。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$  の値を求めよ。

Windom

2

次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) 空間のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  が与えられているとする。これらを用いて、次のようにベクトル  $\vec{d}$ ,  $\vec{e}$  を定義する。ここで、 $\vec{a} \cdot \vec{b}$  はベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  の内積を表すものとする。

$$\vec{d} = \vec{b} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a}, \quad \vec{e} = \vec{c} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|^2} \vec{a} - \frac{\vec{d} \cdot \vec{c}}{|\vec{d}|^2} \vec{d}$$

- (1-1)  $\vec{a} \cdot \vec{d}$  の値を求めよ。  
 (1-2)  $\vec{e} \cdot \vec{d}$  の値を求めよ。  
 (2) 複素数  $\alpha = 1 + i$ ,  $\beta = 3 - 7i$ ,  $\gamma = -1 - 2i$ , を表す複素数平面上の点をそれぞれ A, B, C とする。平行四辺形 ABCD の頂点 D を表す複素数を求めよ。ここで、 $i$  は虚数単位を表すものとする。  
 (3) 次のような数列がある。

$$1, 11, 111, 1111, 11111, \dots$$

- (3-1) この数列の第  $k$  項を求めよ。  
 (3-2) この数列の初項から第  $n$  項までの和を  $n$  の式で表わせ。

*Windom*

## 数 学 (その2)

3 次の各問に答えよ。ただし、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 2016 の正の約数について次の問に答えよ。

(1-1) 約数は全部でいくつあるか。

(1-2) (1-1)の約数の総和を求めよ。

(2)  $a > 0$ ,  $b > 0$  のとき,  $\log_3(a + \frac{3}{b}) + \log_3(b + \frac{3}{a})$  の最小値を求めよ。

(3)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{3}$  のとき,  $\cos^3 \theta - \sin^3 \theta$  の値を求めよ。ただし,  $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$  とする。

(4) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\pi} |\sin 3x + \sin 2x + \sin x| dx$$

*Windom*

4 次の各問に答えよ。ただし、(1)に関しては、答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 次の問に答えよ。

(1-1)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  とする。このとき、2曲線  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  と直線  $y = 1$  とで囲まれた部分の図形の面積  $S$  を求めよ。

(1-2) (1-1)の図形を直線  $y = 1$  のまわりに回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。

(2) 放物線  $y = x^2 - 2$  上を動く点  $P$  がある。動点  $P$  と点  $(1, 0)$  との距離が最小になるときの点  $P$  の座標を求めよ。

*Windom*