

物 理 (その1)

1 密度が一樣な水が容器 A に入っている。容器下部につけた蛇口を開けると水が流出してくる(図1)。水の内部, および水と容器の間には摩擦がないとしたとき, この流出の速さを求めてみよう。さらに以下に示す容器 B および容器 C からの流出の速さも求めてみよう。以下の文章中の に入る適切な式を解答欄に記しなさい。なお重力加速度の大きさを g とする。

(1) 図1において液面部分を1, 蛇口部分を2とする。1と2の部分における水の断面積はそれぞれ S_1, S_2 であり, また流速がそれぞれ v_1, v_2 であった。さらに両地点には大気圧 p_0 が働いている。以下では S_1 が S_2 より圧倒的に大きい ($S_2 \ll S_1$ と表現する) 場合を考える。

図2のように蛇口から水の流出が続いている状態において, ごく短い時間 Δt における水の体積減少量は $1 \sim 1'$ であり, a と表すことができる。この値は, Δt の間に蛇口2から出てくる水の流出体積に等しい。図2で, 蛇口2から出てくる有様を図式化して断面 S_2 の円柱として示した。よって v_1, v_2 と S_1, S_2 の間には

$$\text{span style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 40px; height: 15px; vertical-align: middle;"> b (A)$$

の関係が成り立つ。

摩擦のない流れを仮定しているので, 水に加えられる仕事は断面1, 2に垂直に働く圧力だけである。液面1における圧力も, 2の断面における圧力も大気圧 p_0 である。1で大気圧による外力 $p_0 S_1$ が Δt の間に水に行う仕事は c である。一方, 2の部分で水は外力 $p_0 S_2$ を受けて, 力と逆方向に移動するから, ここで水になされる仕事は d である。よって式(A)を使うと, 水全体になされる仕事は e となる。つまり $1 \sim 2$ までの部分の水が持つ力学的エネルギー $E_{1,2}$ は $1' \sim 2'$ までの部分にある水の力学的エネルギー $E_{1',2'}$ に等しい。つまり

$$E_{1,2} = E_{1',2'} \quad \text{(B)}$$

である。 $E_{1,2}$ と $E_{1',2'}$ は以下に示すようにそれぞれ二つの部分の持つ力学的エネルギーの和と考えることができる。

$$E_{1,2} = E_{1,1'} + E_{1',2}$$

$$E_{1',2'} = E_{1',2} + E_{2,2'}$$

すなわち $E_{1,2}$ は $1 \sim 1'$ の部分の力学的エネルギー $E_{1,1'}$ と $1' \sim 2$ の部分の力学的エネルギー $E_{1',2}$ の和と表すことができる。 $E_{1',2'}$ についても同様である。両者において $E_{1',2}$ は共通である。よって式(B)は

$$E_{1,1'} = E_{2,2'}$$

となる。 $1 \sim 1'$ 部分 ($1 \sim 1'$ の間隔はごくせまいものとする) と $2 \sim 2'$ 部分の, 容器の下端からの高さをそれぞれ h_1, h_2 とし, 式(A)を考慮すると, $1 \sim 1'$ と $2 \sim 2'$ の力学的エネルギーが保存することから, 結局 v_1, v_2, h_1, h_2, g の間に次の式が成り立つ。

f

(C)

蛇口 2 から出てくる水の流出の速さ v_2 を求めるために、式(C)と式(A)を連立させ、 $S_2 \ll S_1$ から得られる近似式

$$1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 \doteq 1$$

を使う。以上より $h = h_1 - h_2$ としたとき、 v_2 は g と h 等を用いて

$$v_2 = \boxed{g}$$

となる。

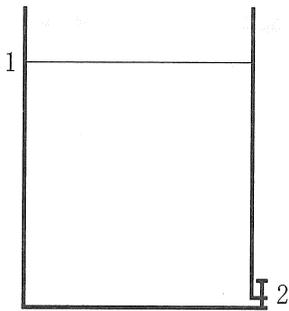


図1 容器A

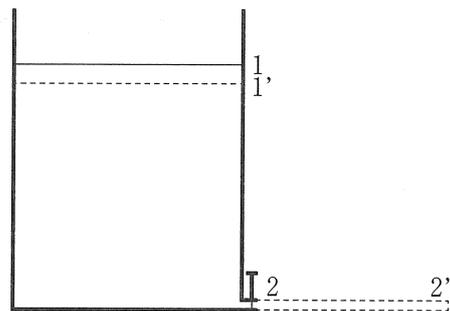


図2 容器A

(2) 次に容器 A の蛇口に、断面積 S_2 と同じ断面積を持つホースを取り付け、蛇口から鉛直方向に長さ(高さ) s だけホースを垂らした。これを容器 B とする(図 3)。上と同様にしてホースの先 5 からの流出の速さ v_5 は、図 3 の h 、 s を用いて

$$v_5 = \boxed{h}$$

となり、容器の流出口 4 における水の速さ v_4 は

$$v_4 = \boxed{i}$$

となる。

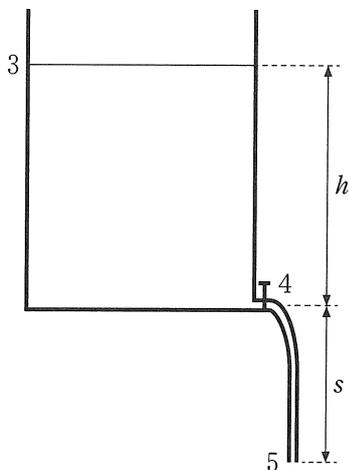


図3 容器B

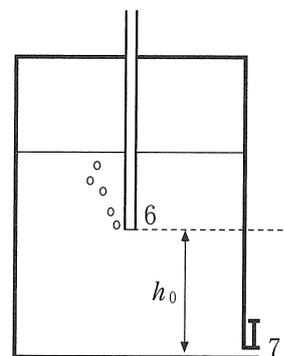


図4 容器C

- (3) 容器 C は、容器 A に水を入れた後に容器の上部にふたをして密閉し、両端が開いた細い断面を持つガラス管を突き通したものである(図 4)。図 4 に示すように、ガラス管の上端はふたを突き抜けている。一方ガラス管の下端 6 は水中にあり、蛇口 7 から高さ h_0 にある。蛇口 7 を開けると、静かに水の流出が始まり、ガラス管内の液面は下の開口端 6 の位置になる。そしてこの開口端 6 から外部の空気が泡となって入ってくる(図 4)。このとき蛇口 7 からの流出の速さ v_7 は、蛇口から容器の水面までの高さを h として、 $h_0 \leq h \leq h_m$ のとき

$$v_7 = \boxed{j}$$

となる。ただしガラス管下の開口端 6 から空気が出始めたときの h を h_m とする。

- (4) v_7 が h とともにどう変化するか、誤解の無いように解答欄のグラフに書き入れなさい。ただし $0 \leq h \leq h_m$ とする。

Windom

2 以下の問いに答えなさい。

(1) 鉛直に立っている断面積 S の円筒容器(シリンダー)内部に、滑らかに動くピストンが備わっている(図1)。シリンダー内には一定量の単原子分子が閉じ込められている。ピストン上部におもりを載せたところ、ピストンは図のようにシリンダーの底面から高さ l の位置でつり合った。シリンダーとピストンは十分に熱を伝えるものとする。よってシリンダー内の気体は一定の温度を保っている。ピストンとおもりの質量の合計を m とする。大気圧を p_0 、重力加速度の大きさを g としたとき、以下の問いに答えなさい。なお $|a| \ll 1$ のとき、 $\left(\frac{1}{1-a}\right)^\beta \doteq 1 + a\beta$ 、という近似式が成立することを使いなさい。

- (a) シリンダー内の気体の圧力はいくらか。
 (b) ピストンをつりあいの位置からわずかの距離だけ鉛直下方に押し込んで静かに離すと、ピストンは上下に単振動を始めた。ピストンがつりあいの位置から下方に x だけ移動した瞬間のシリンダー内気体の圧力はいくらか。 $x \ll l$ である。
 (c) この単振動の周期はいくらか。

(2) 上から見て正三角形のプリズムガラスがある(図2)。いま真空中から AB 面の P 点に単色光が入射角 30° で入り、AC 面の Q 点から屈折角 θ で出て行った。以下の問いに答えなさい。なおプリズムガラスの屈折率は $\frac{3}{2}$ であった。また図2の破線はそれぞれ P 点と Q 点で、プリズム面にたてた垂線である。

- (a) P 点における屈折角を θ_1 と置く。 $\sin \theta_1$ はいくらか。既約分数で答えなさい。
 (b) P 点における屈折角を θ_1 、Q 点における入射角を θ_2 と置くと、 $\theta_1 + \theta_2$ の角度はいくらとなるか。
 (c) $\sin \theta$ はいくらか。根号を含んだ形で答えなさい。

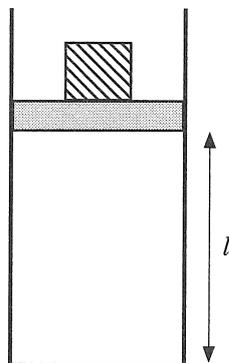


図1

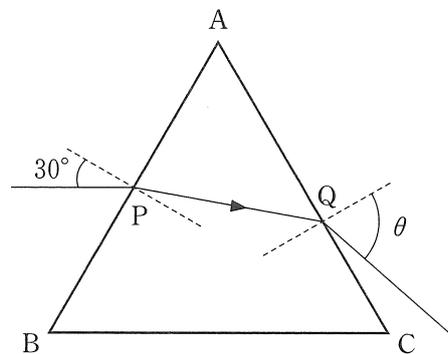


図2

物 理 (その2)

3 以下の問いに答えなさい。

- (1) 電力会社は、発生させた電気エネルギーを効率よく送るために、送電線に高電圧をかけて熱の発生を少くし電気エネルギーのロスを軽減している。なぜ高電圧をかけると熱の発生が小さくなるのか？
- (2) 1.0 kWh の電気料金が 20 円であるとき、800 W のドライヤーを 10 分間使用すると、どれだけの料金がかかるか。
- (3) 胸部エックス線の撮影には 120 kV 程度の電圧により発生させた X 線を用いる。はじめは静止している電子に 1.2×10^5 V の電圧をかけて電子を加速させ、金属でできた陽極に衝突させて X 線を発生させた。このとき以下の問いに答えなさい。
 - (a) 1 個の電子が陽極に達したときの運動エネルギーを求めなさい。
 - (b) 陽極で発生する X 線の最短波長を求めなさい。ただし、電子の質量と電荷をそれぞれ 9.1×10^{-31} kg, 1.6×10^{-19} C, プランク定数を 6.6×10^{-34} J \cdot s, 空気中の光の速さを 3.0×10^8 m/s としなさい。
- (4) ウラン 235 ($^{235}_{92}\text{U}$) は中性子に衝突すると二個の原子核に核分裂する。このとき 1 つの $^{235}_{92}\text{U}$ から 200 MeV のエネルギーが放出される。1.00 g のウラン 235 がすべて上と同様の核分裂をしたとするとどれだけの大きさのエネルギー [J] が放出されるか。ただしアボガドロ数と電子の電荷の大きさをそれぞれ 6.02×10^{23} /mol, 1.60×10^{-19} C とする。

(5) 図1に示すように電気容量がそれぞれ $5.00 \times 10^{-6} \text{ F}$ と $1.50 \times 10^{-5} \text{ F}$ のコンデンサー C_1 , C_2 と起電力がそれぞれ $1.00 \times 10^3 \text{ V}$ と $1.00 \times 10^2 \text{ V}$ の電池 E_1 , E_2 およびスイッチを接続した。2つのスイッチをそれぞれ1側と4側に閉じて C_1 , C_2 を十分に充電した。その後スイッチを切り替え2側および3側に閉じた。

(a) このとき AB 間の電位差はいくらか。

(b) コンデンサーの接続によって失われるエネルギーはいくらか。

(6) 図2に示すように、抵抗値 R_1 , R_2 の抵抗がそれぞれ2個とダイオード D が2個からなる回路に交流電源が接続されている。ダイオード D は順方向には抵抗0, 逆方向には無限に大きい抵抗を示すものとする。電源は1秒間に50回起電力の向きが変わる。この電源から見た全抵抗値を求めなさい。

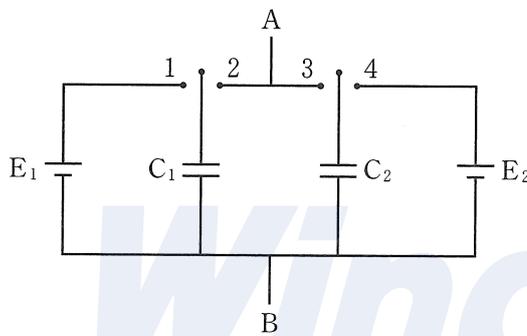


図1

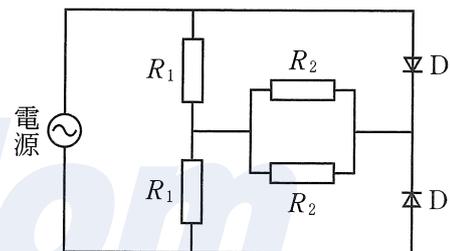


図2

(7) ガラスは透明である。しかし、細かく砕かれたガラスは白く見える。なぜか？70文字以内で答えなさい。

(8) セ氏温度 $t^\circ\text{C}$ における電気抵抗 R が $R = R_0(1 + \alpha t)$ で与えられる導体がある。 0°C での抵抗値が R_0 である。この導体の温度を 10°C に保って、 7.5 V の電圧をかけたところ、 3.0 A の電流が流れた。次に、導体を加熱して 3.0 V の電圧をかけたところ、 1.0 A の電流が流れた。このときの導体の温度を求めなさい。ただし $\alpha = 5.0 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ とする。