

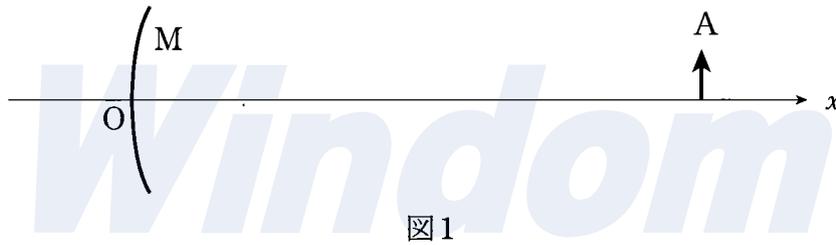
物 理

次の ~ の解答を解答欄にマークしなさい。ただし数値で解答する場合の最後の桁は四捨五入によって求めなさい。また、分数で解答する場合は、既約分数で答えなさい。〈解答群〉のあるものは最も適切なものを1つ選びその番号をマークしなさい。

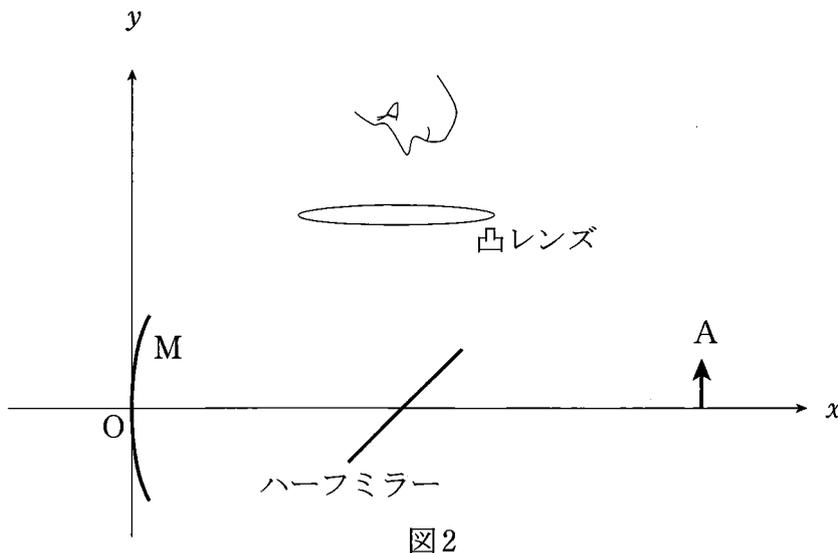
1 焦点距離 5 cm の凹面鏡 M がある。紙面を xy 平面とし、図1のように原点 O に凹面鏡の中心を置き、凹面鏡の光軸に沿って x 軸をとる。以下の問いに答えなさい。

問1 $x = 30$ cm の位置に小物体 A を置いたとき、像のできる位置の x 座標は

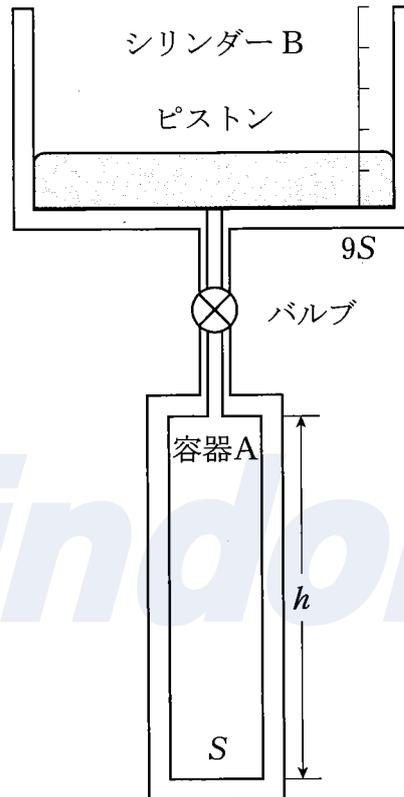
cm で、像は A の $\frac{\text{}{\text{}}$ 倍となる。



問2 更に図2のように座標 (12, 0) cm の位置に xy 平面と垂直かつ凹面鏡の光軸と 45° の角度をなすようにハーフミラーを置き、レンズの中心の座標が (12, 10) cm、レンズの光軸が y 軸と平行になるように、焦点距離 20 cm の凸レンズを置いた。このとき、像のできる位置は座標 (12, -) cm で、像の大きさは A の 倍となる。



2 図のように、断熱壁で囲まれた断面積 S 高さ h の容器Aに単原子分子理想気体 1 mol を封入し、その上部に断熱壁で囲まれた断面積 $9S$ のシリンダーBと鉛直方向に可動なピストンを取りつける。シリンダーに目盛りをつけ、ピストンの位置をシリンダーの底からの距離で定義する。連結部とバルブの体積、ピストンの運動の摩擦および気体の質量を無視する。気体定数を R 、重力加速度を g 、大気圧を p_0 とする。



問1 はじめバルブは閉じられていてシリンダーB内には気体が入っていないとする。容器AとシリンダーBを上下ひっくりかえしたところ、ピストンはシリンダーB内の0でないある位置に止めることができた。このときピストンの質量 M は

$$M = \boxed{7} \frac{p_0 S}{g}$$

となる。

問2 容器AとシリンダーBをもとの状態に戻しバルブを開いたところ、ピストンは持ち上がった。ゆっくり気体を冷却していくと、温度 T_0 のときにピストンがシリンダーBの底に接した。このとき温度 T_0 は

$$T_0 = \boxed{8} \frac{p_0 Sh}{R}$$

となる。

問3 いったんバルブを閉じて気体の温度を $2T_0$ にし、再びバルブを開いたところ、十分に時間がたった後でピストンは位置 y_1 で静止した。静止位置 y_1 は

$$y_1 = \frac{\boxed{9}}{\boxed{10} \boxed{11}} h$$

となる。

またピストンが静止したときの気体の温度 T_1 は

$$T_1 = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}} T_0$$

となる。

問4 次にバルブを閉めて容器AとシリンダーBが水平になるように 90° 回転した。十分に時間がたった後でピストンは位置 y_2 で静止し、このときの気体の温度は T_0 だった。ピストンの静止位置 y_2 は

$$y_2 = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15} \boxed{16}} h$$

となる。

- 3 以下の計算では有効数字1桁で求めなさい。計算に必要なら【参考】の項目を参照してよい。

宇宙線によってつくられた中性子 n が大気中の ^{14}N に衝突して放射性同位体 ^{14}C が生成される。この核反応は $n + ^{14}\text{N} \rightarrow ^{14}\text{C} + \boxed{17(a)}$ と表せる。さらに、 ^{14}C は半減期 $T = 5.73 \times 10^3$ 年で崩壊し ^{14}N となる。この核反応は $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + \boxed{17(b)}$ と表せる。このような生成と崩壊のバランスにより、大気中の全炭素に対する ^{14}C の原子の数の割合は長い年月にわたりほぼ一定値 1.2×10^{-12} に保たれているとみなすことができる。生物の生存中は大気中と同様の割合の ^{14}C が体内に取り込まれるが、生物が死んだあとは体内の ^{14}C は崩壊して減少する。この原理を利用して古代の遺跡で発見された遺物の年代を調べるために炭素年代測定法が用いられる。

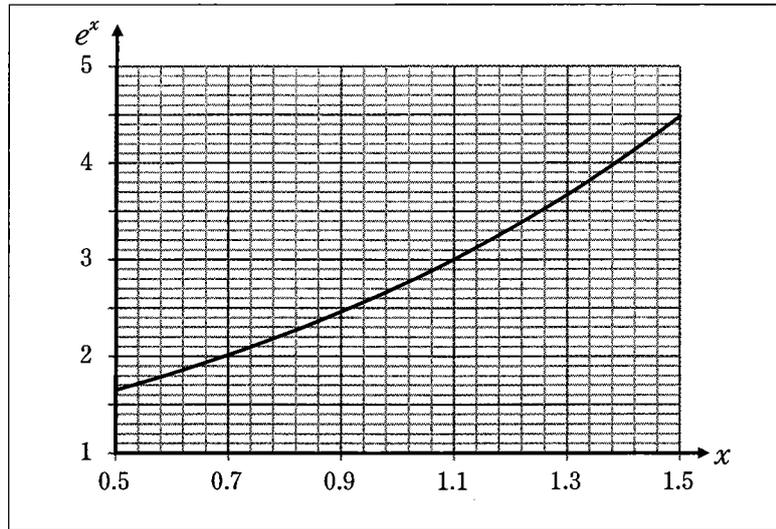
大気中に含まれる炭素1gには $\boxed{18} \times 10^{10}$ 個の ^{14}C が存在する。時刻 $t = 0$ における原子核数を N_0 とすると時刻 t における原子核数 $N(t)$ は $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ と表せる。 λ は崩壊定数とよばれ $\lambda = \frac{\log_e 2}{T}$ である。1万年前の遺跡から発掘された木材から取り出された炭素1g中の ^{14}C の原子核数は $\boxed{19} \times 10^{10}$ 個であり、この炭素1g中の ^{14}C が1分間に崩壊する数は $\boxed{20} \times 10^{\boxed{21}}$ 個である。

< $\boxed{17(a), (b)}$ の解答群 >

- ① e^- , e^- ② e^- , n ③ e^- , p ④ n , e^- ⑤ n , n
 ⑥ n , p ⑦ p , e^- ⑧ p , n ⑨ p , p
 (pは陽子, e^- は電子である)

【参考】

アボガドロ数 : $6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$, 炭素の原子量 : 12.01, $\log_e 2 = 0.693$,
 $e^{-x} \doteq 1 - x$ ($|x| \ll 1$ のとき), ^{14}C の崩壊定数 : $\lambda = 2.30 \times 10^{-10}/\text{分}$

 $e^x - x$ のグラフ

Windom

4

I

速さ V_0 で等速直線運動する小球 A が、静止している小球 B に衝突し、その後 2 つの小球は同一直線上を運動した。小球 A と小球 B の質量をそれぞれ $3m$ 、 m とし、衝突の前後で系の全運動エネルギーが保存していると仮定する。

問 1 衝突後の小球 A と小球 B の速さ v_A 、 v_B はそれぞれ

$$v_A = \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} V_0$$

$$v_B = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} V_0$$

となる。

II

図のように、長さ $2L$ の糸がついた小球 A を O の位置からつり下げ、O から鉛直に距離 L 下がった位置 O' に釘^{くぎ}を打って、長さ L の糸がついた小球 B をつり下げる。小球 A の糸が鉛直方向と θ_0 の角をなすときの小球 A の位置を P とし、小球 B の位置を Q とする。ただし $\cos \theta_0 = \frac{724}{729}$ とする。

小球 B を静止させたまま、位置 P にある小球 A を静かに放したところ、2 つの小球は位置 Q で衝突し、その後 O' を中心とする円周上を運動した。衝突の前後で系の全運動エネルギーが保存していると仮定し、糸の質量と小球の大きさを無視する。また振り子の運動は単振動と見なしてよいものとして以下の問いに答えなさい。

問 2 1 回目の衝突後に小球 B が初めて静止した位置において、糸と鉛直方向のなす角を θ_B とすると、

$$\sin \frac{\theta_B}{2} = \frac{\sqrt{\boxed{26}}}{\boxed{27} \boxed{28}}$$

となる。

問 3 2回目の衝突後に小球Aが初めて静止した位置において、糸と鉛直方向のなす角を θ_A とすると、

$$\sin \frac{\theta_A}{2} = \frac{\sqrt{\begin{array}{|c|c|} \hline 29 & 30 \\ \hline \end{array}}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 31 & 32 \\ \hline \end{array}}$$

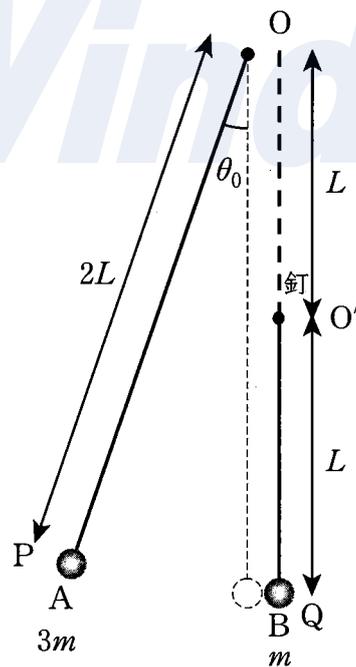
となる。

III

問 4 次に位置Qに小球Bを静止させたまま、位置Pの小球Aに初速度 V_1 を糸と垂直な方向に与えたところ、衝突後に小球BはOを通過した。このような初速度 V_1 は、

$$V_1 > \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 33 & 34 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 35 & 36 \\ \hline \end{array}} \sqrt{gL}$$

となる。



5 細い一様な金属線から長さ l [m] の導体棒①とコの字形のレール②を切り出し、図1のように設置した。OA と PB は平行、OP は水平でかつ OA に垂直、 $OP = l$ [m] であり、OA と PB は水平面と角度 30° をなしている。①と②の接点を M、N とする。③は OP に平行な無限に長い導線で、一定の電流 I [A] が図に矢印で示された向きに流れている。導線③とレール②は同じ平面上にあり導線③は OP から距離 l [m] 離れている。導体棒①は OP と平行を保ちながらレール上を一定の速さ v [m/s] で下向きに運動する。導体棒①の運動に伴う回転およびレール②との間の摩擦力、回路 MNOP がつくる磁界は無視できる。導体棒①の質量を m [kg]、金属線の単位長さあたりの抵抗を ρ [Ω /m]、重力加速度の大きさを g [m/s^2]、真空の透磁率を μ_0 [N/A^2] とする。O を原点とし、OA に沿って x 軸をとる。

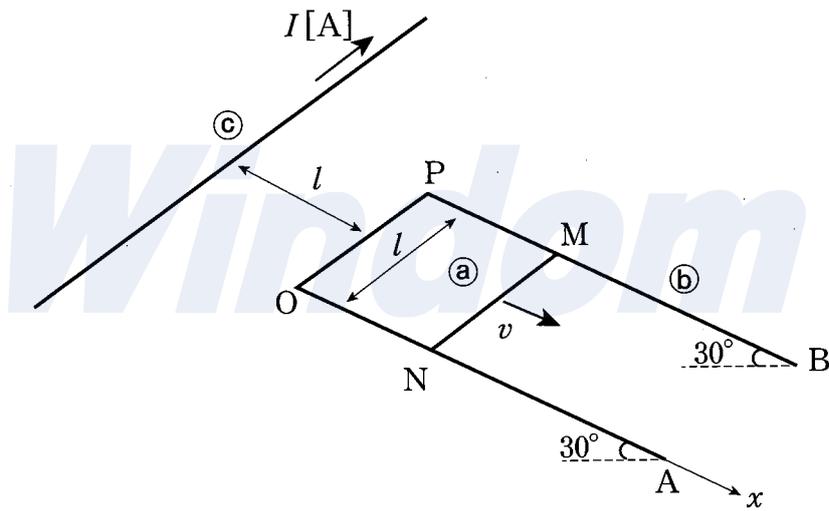


図1

問1 Nの座標が l [m] のとき、点Nにおける磁束密度 B [T] とMN間に生じる誘導起電力の大きさ V [V] はそれぞれ

$$B = \frac{\boxed{37}}{\boxed{38}\pi} \times \frac{\mu_0 I}{l}$$

$$V = \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}\pi} \times \mu_0 I v$$

となる。

問2 Nの座標が l [m] のとき、導体棒②が導線③から受ける力の向きは図中の

41 向きとなり、力の大きさ F [N] は

$$F = \left(\frac{\mu_0 I}{42 \pi} \right)^2 \frac{v}{l\rho}$$

となる。

< 41 の解答群 >

- ① MからNの ② NからMの ③ x 軸の負の
 ④ x 軸の正の ⑤ 鉛直下 ⑥ 鉛直上

(図2参照)

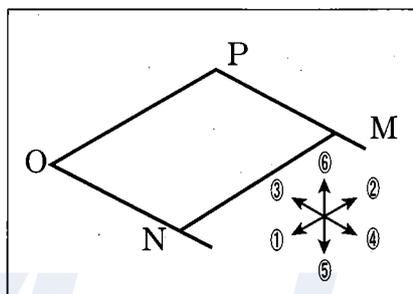


図2

問3 導体棒②を等速運動させるためには導線③から受ける力と重力以外に外力が必要であるが、導体棒②がある位置に来たとき必要な外力は0となる。このときのNの座標 x [m] は

$$x = -l + \left(\frac{\mu_0 I l}{43 \pi} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{v}{mg\rho} \right)^{\frac{1}{3}}$$

となる。