

第 1 問

関数 $f(\theta) = \sin \theta \cos \theta$ がある.

- (i) $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ とする. $f(\theta) = f(2\theta)$ となるのは, $\theta =$ (1) のときである.
- (ii) $0 < \theta_1 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$ とする. $f(\theta_1) = f(\theta_2)$ となるのは, $\theta_1 + \theta_2 =$ (2) のときである.
- (iii) すべての実数 θ に対して $f(\theta)$ の最小値は (3) である.

第 2 問

実数 x に対して $f(x) = x(|x| - 2)$ とする.

- (i) 方程式 $f(x) = 0$ の解は $x =$ (4) である.
- (ii) $-3 \leq x \leq a$ における関数 $f(x)$ の最大値が 1 となるときの定数 a の範囲は (5) である.
- (iii) 曲線 $y = f(x)$ の接線で傾きが 1 である方程式は (6) である.
- (iv) (iii) で求めた接線のうち y 切片が負のものを l とする. 曲線 $y = f(x)$ と l と y 軸で囲まれてできる図形で $x \geq 0$ の部分の面積は (7) である.

第3問

H_1 を双曲線 $x^2 - \frac{y^2}{4} = -1$ とし, H_2 を双曲線 $(x-1)^2 - \frac{(y+2)^2}{4} = -1$ とする.

- (i) H_2 は H_1 を x 軸正の方向に , y 軸正の方向に 平行移動させたものである. H_2 の漸近線の方程式は である.
- (ii) H_2 と 2 直線 $x=0, x=2$ で囲まれてできる図形を直線 $y=-2$ のまわりに 1 回転させてできる図形の体積は である.

第4問

$\cos\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{2}$ を満たす実数 $x (\neq 0)$ のうちで, 絶対値が 1 に最も近いものは であり, 2 番目に近いものは である.

第5問

定数 $a_i (i = 0, 1, 2)$, $b_i (i = 1, 2)$, c_2 に対し $f_0(x) = a_0$, $f_1(x) = a_1x + b_1$, $f_2(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$ とし, a_0, a_1, a_2 は正とする. また, $f_0(x), f_1(x), f_2(x)$ は次を満たすとする.

$$\int_{-1}^1 \{f_0(x)\}^2 dx = 2, \quad \int_{-1}^1 \{f_1(x)\}^2 dx = \frac{2}{3}, \quad \int_{-1}^1 \{f_2(x)\}^2 dx = \frac{2}{5},$$
$$\int_{-1}^1 f_0(x)f_1(x) dx = \int_{-1}^1 f_0(x)f_2(x) dx = \int_{-1}^1 f_1(x)f_2(x) dx = 0.$$

このとき各定数を定めて整式 $f_0(x), f_1(x), f_2(x)$ を求めると, $f_0(x) = \boxed{\quad (14) \quad}$,
 $f_1(x) = \boxed{\quad (15) \quad}$, $f_2(x) = \boxed{\quad (16) \quad}$ である.

Windom