物　　理　（その１）

第１問

質量 m の一様な棒 AB の中心点 Q から d だけ離れた棒上の点 C と点 D の各々に長さ L のひもの端をつけて、ひものもう片方の端を天井の点 P に固定してつり下げる。さらに、大きさが無視できる質量 m のおもりを点 Q に置く（図１）。ここで、$\overline{\mathrm{CQ}}=\overline{\mathrm{DQ}}=d$、$d<L$ である。重力加速度の大きさを g として以下の問に答えよ。

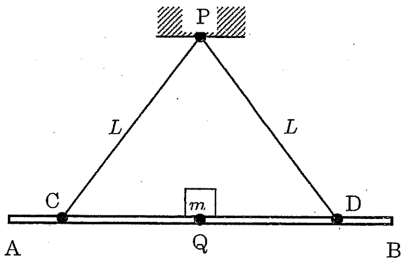


図１

問１　ひも CP の張力 T_0 を求めよ。

次に、おもりを置く位置を点 Q から x だけ点 C 側にずらし、おもりを棒の上に固定する。そして、棒 AB が水平を保つように、棒の端 B に水平方向の力 F を加えておく（図２）。ただし、$0<x<d$ とする。

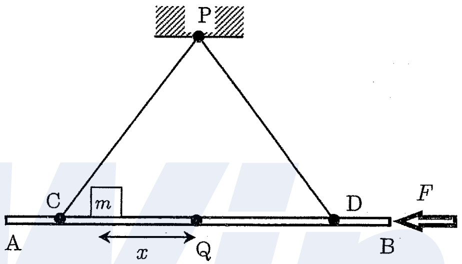


図２

問２　棒に加える水平方向の力 F を求めよ。

問３　ひも CP の張力 T_1 とひも DP の張力 T_2 を求めよ。

続いて、棒の端 B に加えていた力をゆっくり取り除くと、棒は水平方向から θ だけ傾いて静止した（図３）。この間、おもりは棒に対してずれることはなかった。

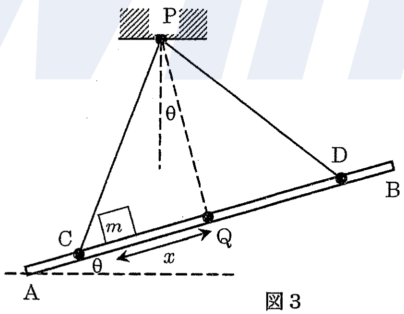


図３

問４　ひも CP の張力を T_3、ひも DP の張力を T_4 として、棒に沿った方向（AB 方向）および、棒に垂直な方向（PQ 方向）の力のつり合いの式を立てよ。

問５　点 P のまわりの力のモーメントのつり合いの式を立てよ。

問６　張力 T_3 と T_4 を求め、θ を使わずに表せ。

問７　x を tanθ と L、d を用いて表せ。

問８　棒 AB が θ だけ傾いてつり合っているときの棒とおもりを合わせた全体の位置エネルギー U を求め x を使わずに表せ。このとき、点 P の高さを位置エネルギーの基準にせよ。尚、大きさのある物体の位置エネルギーは、その重心に質量が集中しているとして計算したものと同じである。

物　　理　（その２）

第２問

弦を左向きに速さ v で伝わる横波を拡大すると、図１のようになる。弦の上の点 a, b, c, d は、次の瞬間には a′, b′, c′, d′ へと移動し、形を保ったまま波が左向きに進んだように見える。

これを波とともに速さ v で左向きに動く観測者から見ると、波の形は変わらずに、点 a, b, c, d が右向きに a′, b′, c′, d′ へと進んだように見える（図２）。波の頂点付近の弧 AB は、近似的に中心角 θ、半径 r の円の一部とみなすことができるので、弧 AB の運動は半径 r、速さ v の等速円運動になる（図３）。弧 AB の両端部に作用する張力を T、弦の線密度（単位長さあたりの質量）を ρ として問に答えよ。尚、角度は弧度法を用いて表すものとする。

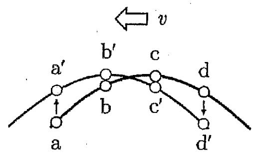


図１

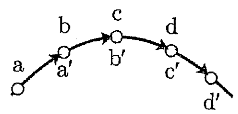


図２

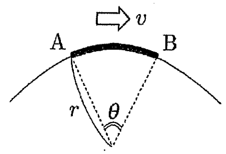


図３

問１　円弧 AB の質量を ρ, r, θ を用いて表せ。

問２　円弧 AB に働く向心力の大きさを T と θ を用いて表せ。

問３　θ が充分に小さいとして、弦を伝わる横波の速さ v を ρ, r, T の中から必要な記号を用いて表せ。

図４に示すように、線密度 ρ の一様な弦の一端 P に音叉を付け、他端には滑車 Q を介して重量 W のおもりを吊り下げた。PQ 間の距離を L とする。

問４　音叉の振動数が f のとき、PQ 間に３倍振動の定常波が見られた。振動数 f はいくらか。

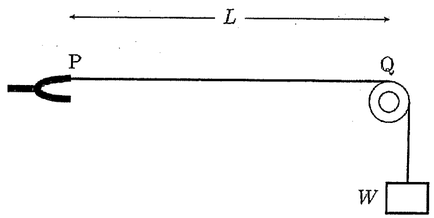


図４

物　　理　（その３）

第３問

極板面積 S、極板間隔 d の平行平板コンデンサーがある。以下の問において、極板間の電位差は一定に保たれているものとする。

まず、極板間を誘電率 ε の誘電体で満たした場合を考える。極板間に生じる一様電場の大きさを E_1 として以下の問に答えよ。

問１　極板に蓄えられる電荷の大きさを S、d、ε、E_1 の中から必要な記号を用いて表せ。

問２　電荷密度（極板に蓄えられる電荷の単位面積当たりの大きさ）σ を S、d、ε、E_1 の中から必要な記号を用いて表せ。

問３　コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーはいくらか。S、d、ε、E_1 の中から必要な記号を用いて表せ。

問４　コンデンサーの極板間の空間に静電エネルギーが蓄えられていると考えることもできる。このとき、単位体積あたりの静電エネルギーはいくらか。ε と E_1 を用いて表せ。

次に、誘電体を取り除いた後、極板間を抵抗率 ρ の導体で満たした場合を考える。この導体中に生じる一様電場の大きさを E_2 として以下の問に答えよ。

問５　この極板に挟まれた部分の抵抗値 R はいくらか。

問６　電流密度（極板面を通過する電流の単位面積あたりの大きさ）J を S、d、E_2、ρ の中から必要な記号を用いて表せ。

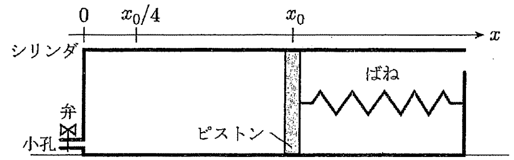
問７　電荷密度 σ と電流密度 J の比 J/σ を ε と ρ を用いて表せ。

物　　理　（その４）

第４問

熱の出入りの伴わない過程（断熱過程）では、理想気体の圧力 p と体積 V の間に $pV^{\gamma}=$(一定) という関係が成り立つ。γ は比熱比と呼ばれ、気体の種類ごとに異なる値をもつ。

下図に示すように、質量 m、断面積 S のピストンの付いたシリンダを水平面に固定した。ピストンには、外気と接する面にばねの一端が付けられていて、ばねの他端はシリンダに固定されている。またシリンダ底面には体積の無視できる小孔があり、弁で閉じられている。シリンダ内壁に沿ってシリンダ容積の増える方向に x 軸を定め、シリンダ底面を原点とすると、ピストンが座標 x_0 にあるとき、ばねは自然長であった。シリンダおよびピストンは全て断熱材でできていて、シリンダ内の気体を出し入れする時以外に熱の出入りはない。また、ピストンは常にシリンダ底面と平行なまま、シリンダ内壁に沿って滑らかに動くものとする。大気圧を p_0、気体定数を R として以下の問に答えよ。



問１　シリンダ内を真空にしてから弁を閉じると、座標 $x_0/4$ の位置でピストンが静止した。ばねの弾性定数を p_0, R, S, x_0 の中から必要な記号を用いて表せ。

問２　小孔から比熱比 γ の理想気体 1 [mol]を注入してから弁を閉じたところ、座標 x_0 の位置でピストンが静止した。このときの気体の絶対温度を p_0, R, S, x_0 の中から必要な記号を用いて表せ。

問３　**問２**の状態から、ピストンを微小距離だけ押し込んだ後、静かに手を放すと、ピストンは振動を始めた。座標 x_0+x の位置にピストンがあるときの気体の圧力を p_0, S, x_0, x, γ の中から必要な記号を用いて表せ。

問４　**問３**で、ピストンの加速度を a とすると、ピストンは運動方程式 $ma=-Ax$ を満たす。A を p_0, S, m, x_0, γ の中から必要な記号を用いて表せ。必要ならば、$y \ll 1$ に対する近似式 $(1+y)^n \fallingdotseq 1+ny$（$n$ は任意の実数）を用いてよい。

問５　**問４**のピストンの振動の周期を p_0, S, m, x_0, γ の中から必要な記号を用いて表せ。

問６　**問４**の振動の周期が $\pi/10$ [s]のとき、この気体の比熱比 γ の値を既約分数で表せ。
但し $p_0=1.0\times10^5$ [Pa], $S=3.0\times10^{-3}$ [m^2], $m=4.0$ [kg], $x_0=5.0\times10^{-1}$ [m] である。