

物理 問題 I

図1のように、なめらかな水平面上に  $x$  軸と  $y$  軸をとる。質量  $M$  の小球 A が  $x$  軸上を等速度  $\vec{v}_0 = (v_0, 0)$  で運動し、原点  $O$  に静止している質量  $m$  の小球 B に衝突した。衝突後の小球 A の速度、 $x$  軸との角度をそれぞれ  $\vec{v}_A$ 、 $\theta_A$  とし、角  $\theta_A$  のとりうる範囲を求めてみよう。

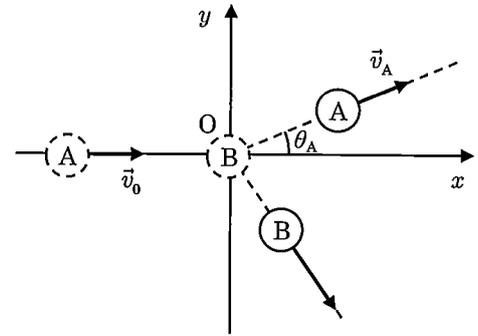


図1

このためには、衝突前の小球 A、B の運動量の和がゼロに見えるような等速直線運動をしている観測者 P の立場に立つと便利である。観測者 P から見ると、この衝突は図2のように見え、衝突前の小球 B も運動しており、ゼロでない運動量をもつように見える。観測者 P の速度を  $\vec{v}_G = (v_G, 0)$  とし、次の問いに答えよ。

問1. 観測者 P から見た、衝突前の小球 A の相対速度の  $x$  成分を、 $v_0$ 、 $v_G$  を用いて表せ。

問2. 観測者 P から見た、衝突前の小球 B の運動量の  $x$  成分を、 $v_0$ 、 $v_G$ 、 $m$  の中から必要なものを用いて表せ。

問3. 観測者 P の速さ  $v_G$  を、 $v_0$ 、 $m$ 、 $M$  を用いて表せ。

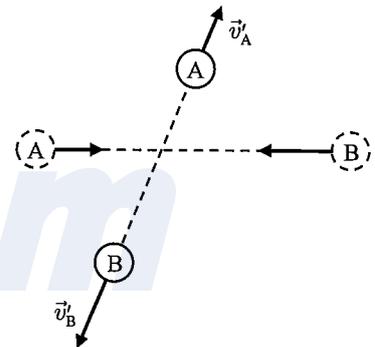


図2

このような速度  $\vec{v}_G$  を重心速度という。図2のように、観測者 P から見た、衝突後の小球 A、B の相対速度をそれぞれ  $\vec{v}'_A$ 、 $\vec{v}'_B$  とすると、観測者 P から見た運動量の和は衝突の前後で保存されるため、比例係数  $a$  を用いて  $\vec{v}'_B = a\vec{v}'_A$  が成立する。

問4. 比例係数  $a$  を、 $m$ 、 $M$  を用いて表せ。

この衝突が弾性衝突である場合を考える。この場合、観測者 P から見た小球 A、B の運動エネルギーの和も衝突の前後で保存される。このとき、 $\vec{v}'_A$  の大きさ  $v'_A$  は、 $\vec{v}'_A$  の向きにはよらず一定である。

問5.  $v'_A$  を、 $v_G$ 、 $m$ 、 $M$  を用いて表せ。

$v'_A$  は、 $\vec{v}'_A$  の向きにはよらず一定であるため、横軸・縦軸にそれぞれ速度の  $x$  成分・ $y$  成分をとった  $v_x - v_y$  平面上に  $\vec{v}'_A$  を図示すると、ベクトルの終点は原点  $O_v$  を中心とした半径  $v'_A$  の円周 (図3の  $C'$ ) 上の点になる。この円周上においては、 $\vec{v}'_A$  の向きによらず運動量、運動エネルギーそれぞれの和は保存される。

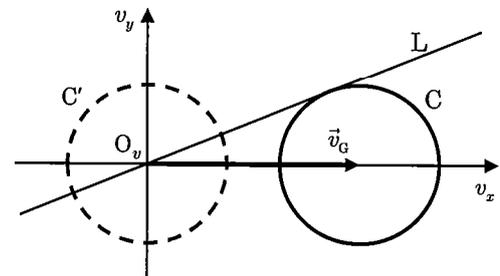


図3

静止している観測者 Q から見ると、衝突後の小球 A の速度  $\vec{v}_A$  は  $\vec{v}_A = \vec{v}_G + \vec{v}'_A$  であるため、 $\vec{v}_A$  の終点は  $v_x - v_y$  平面上において、点  $(v_G, 0)$  を中心とした半径  $v'_A$  の円周 (図3の  $C$ ) 上の点になる。

$m < M$  の場合、円周  $C$  の半径は  $v_G$  よりも小さくなるため、角  $\theta_A$  の大きさには上限がある。円周  $C$  上の点のうち、角  $\theta_A$  が最大となるのは、 $\vec{v}_A$  の方向が、図3に示された直線  $L$  のように、原点  $O_v$  を通り円周  $C$  に接する線となる方向になるときである。

問6.  $\sin \theta_A$  の絶対値の上限を、 $v_0$ 、 $m$ 、 $M$  の中から必要なものを用いて表せ。

物理 問題 II

図1のように、静かに移動できる水平な大きい台の上に  $x$  軸と  $y$  軸をとり、台上に音源を固定した。この音源から  $+x$  方向に距離  $L$  の位置に反射板 A を、 $+y$  方向に距離  $L$  の位置に反射板 B を、それぞれ音源に向けて台の上に固定する。音源から振動数  $f$  の音波を出しながら  $+x$  方向に速さ  $v$  で台全体をゆっくり水平に移動させる。 $v$  は十分に小さいため、この実験装置による空気の乱れは無視できる。空気中の音速を  $V$  として、次の問いに答えよ。

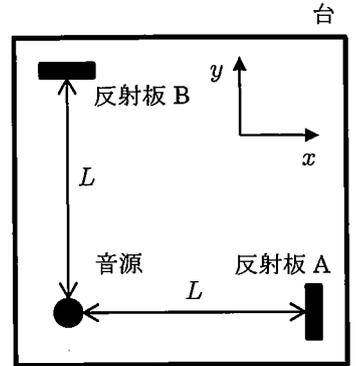


図 1

まず、反射板 A に向かう音波について考える。

- 問 1. 音源から出た音波が反射板 A に到達するまでにかかる時間を求めよ。
- 問 2. 音源から反射板 A に向けて進む音波の波長を求めよ。
- 問 3. 音源から出た音波が反射板 A で反射し、音源に戻ってくるまでの往復にかかる時間を求めよ。
- 問 4. 音源付近で台に固定した測定器が測定する、反射板 A で反射して戻ってきた音波の振動数を求めよ。

次に、反射板 B に向かう音波について考える。静止している観測者から見ると台は移動しているため、ある時刻に図 2 の左にあった音源と反射板 B は、時間が経過すると、図の中央、右と移動する。このように、音源から出て反射板 B で反射した音波が音源に戻ってくる間に音源も移動するため、音源に戻ってくるのは図 2 のように斜めに出た音波である。この音波に関して、音源から出たときの進行方向と  $y$  軸との角度を  $\theta$  とする。

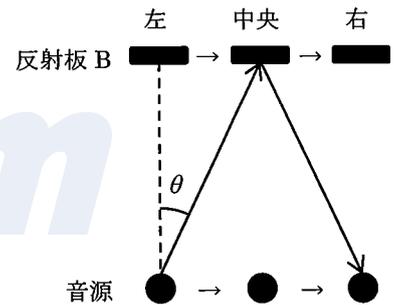


図 2

- 問 5.  $\sin \theta$  を、 $v$ 、 $V$  を用いて表せ。
- 問 6. 音源から出た音波が反射板 B で反射し、音源に戻ってくるまでの往復にかかる時間を、 $L$ 、 $v$ 、 $V$  を用いて表せ。

音源から出た音波が反射板で反射して音源に戻ってくるまでの往復にかかる時間は、反射板 A、B それぞれで異なるため、反射波だけを抜き出して記録できれば干渉が観測される。

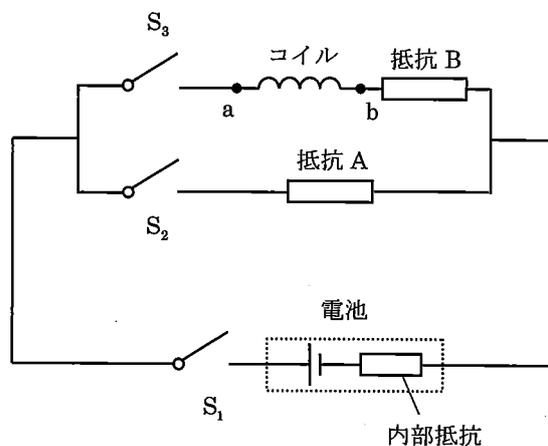
- 問 7. 2 つの反射波が音源付近で強め合う最も小さな振動数を、 $L$ 、 $v$ 、 $V$  を用いて表せ。ただし、音源の速さ  $v$  は十分に小さい

ため、 $\frac{1}{(V^2 - v^2)^x} = \frac{1}{V^{2x}(1 - v^2/V^2)^x} \doteq \frac{1}{V^{2x}} \left(1 + x \frac{v^2}{V^2}\right)$ ,  $(x = \frac{1}{2}, 1)$  と近似せよ。

物 理

物理 問題 III

起電力が  $E$  で抵抗値が  $r$  の内部抵抗をもつ電池、3 個のスイッチ  $S_1, S_2, S_3$ 、抵抗値が  $9r$  の抵抗 A、抵抗値が  $r$  の抵抗 B、自己インダクタンスが  $L$  で抵抗が無視できるコイルを図のように接続した。最初、3 個のスイッチはすべて開いた状態で、次の順序でスイッチを操作した。次の問いに答えよ。ただし、コイルの誘導起電力を問う問題については、図中の点  $b$  に対して点  $a$  の電位が高い場合を正とする。



- 操作 1 スイッチ  $S_1, S_2$  を閉じた。  
 操作 2 スイッチ  $S_3$  を閉じた。  
 操作 3 (十分に時間が経過した後) スイッチ  $S_1$  を開いた。

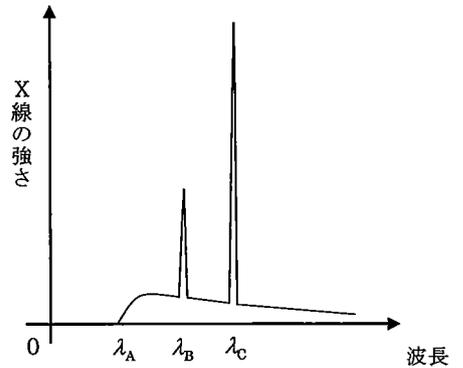
- 問 1. 操作 1 の後に抵抗 A に流れる電流を求めよ。  
 問 2. 操作 2 の直後に発生するコイルの誘導起電力を求めよ。  
 問 3. 操作 2 の後、ある瞬間にコイルと抵抗 A には同じ電流  $I_L$  が流れた。  
 (1) このときにコイルに蓄えられているエネルギーを  $r, L, I_L$  の中から必要なものを用いて表せ。  
 (2) このときに発生するコイルの誘導起電力を  $r, L, I_L$  の中から必要なものを用いて表せ。  
 問 4. 操作 2 の後、操作 3 の直前にコイルに流れる電流  $I_0$  を  $r, E$  を用いて表せ。  
 問 5. 操作 3 の直後に発生するコイルの誘導起電力を  $r, I_0$  を用いて表せ。  
 問 6. 操作 3 の直後に抵抗 A にかかる電圧の大きさは、電池の起電力  $E$  の何倍になるか。

物 理

物理 問題 IV

問 1. 電気素量を  $e$ , 真空中の光速を  $c$  とし、次の文中の (1) ~ (5) にあてはまる数式を答えよ。

レントゲン撮影などで使われる X 線の発生には X 線管がよく用いられる。真空に近い X 線管内の陰極を加熱すると電子が放出され、高電圧で加速されて金属でできた陽極に衝突する。陽極では、衝突した際に失われた個々の電子のもつ運動エネルギーの一部または全部を X 線光子のエネルギーとして放出する。ある X 線管に、加速電圧の大きさが  $V$  の電圧を加えたところ、このとき発生した X 線スペクトルの概略は図のようになり、X 線管の陽極に流れる電流は  $I$  であった。図の  $\lambda_A$  は発生した X 線の波長の最小値を、 $\lambda_B$ ,  $\lambda_C$  はそれぞれ X 線の強さが鋭いピークをもつ波長の値を示している。



X 線管の陰極から放出された電子の初速を 0 とすると、発生した X 線光子 1 個の最大エネルギーは (1), 発生する X 線の最大振動数は (2) で表される。ここからプランク定数を求めると (3) となる。

このとき X 線管の陽極に衝突する電子数は、単位時間あたり (4) となる。陽極に入射した電子の運動エネルギーは、平均して 99% が熱エネルギーに変わり、残りはすべて X 線のエネルギーになるとすると、単位時間あたりに発生する X 線の全エネルギーは (5) となる。

問 2. 問 1 で用いた X 線管で、陽極に流れる電流  $I$  または電子の加速電圧の大きさ  $V$  のいずれかを変える。次の波長のうち変化しないものを (ア) ~ (エ) の中からすべて選べ。

- (ア) 陽極に流れる電流を  $2I$  にしたときの波長  $\lambda_A$
- (イ) 陽極に流れる電流を  $2I$  にしたときの波長  $\lambda_B$
- (ウ) 電子の加速電圧の大きさを  $2V$  にしたときの波長  $\lambda_A$
- (エ) 電子の加速電圧の大きさを  $2V$  にしたときの波長  $\lambda_B$

問 3. X 線に関する記述として正しいものを、次の (ア) ~ (オ) の中からすべて選べ。

- (ア) X 線は可視光線に比べて波長が短く、物質に対する強い透過力をもつ
- (イ) X 線は電場 (電界) や磁場 (磁界) によって曲げられる
- (ウ) 高速の電子を金属に衝突させると、X 線が発生する現象を光電効果という
- (エ) 図の鋭いピークをもつ X 線の波長  $\lambda_B$ ,  $\lambda_C$  は、電子の加速電圧が同じであれば、陽極の金属の種類を変えても変化しない
- (オ) 図の鋭いピークをもつ波長  $\lambda_B$ ,  $\lambda_C$  の X 線を固有 (特性) X 線という