

- I. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 から互いに異なる 4 個の数を取り出し, それらを小さい方から順に a, b, c, d とする。それら 4 個の数 a, b, c, d すべてを横に並べて, 4 桁の自然数を作る。このようにして得られた 4 桁の自然数のすべての和が 79992 であるとき, a, b, c, d を求めよ。

Windom

II. α, β を 0 でない実数として, 2つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) は, 以下の漸化式をみたしているとする。

$$a_{n+1} = a_n + \beta^2 b_n, \quad b_{n+1} = \alpha^2 a_n + b_n$$

$a_1 = \frac{1}{\alpha}, b_1 = \alpha$ とするとき, 次の問いに答えよ。

1) $\alpha^2 a_n^2 - \beta^2 b_n^2$ を α, β, n を用いて表せ。

Windom

2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

III. xy 平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 9$ と点 $A(2, 0)$ がある。次の問いに答えよ。

1) 円 C 上の点を $P(x_1, y_1)$ とおくと、線分 AP の垂直二等分線 ℓ の方程式を求めよ。

2) 点 P が円 C 上を一周するとき、 ℓ が円 C およびその内部を通過してできる部分の面積を求めよ。

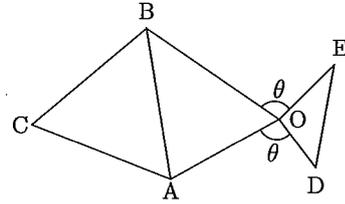
Windom

IV. 複素数平面上に次のような3つの三角形がある。

(i) 三角形 AOB は $OA \neq OB$ をみたす。

(ii) 三角形 ABC は正三角形である。

(iii) 三角形 ODE は $2OD = OA, 2OE = OB$ をみたす。



$\angle AOD = \angle BOE = \theta$ ($0 < \theta < \pi$) とするとき、次の問いに答えよ。

1) 点 O, 点 A, 点 B を表す複素数をそれぞれ $0, \alpha, \beta$ とするとき、点 C, 点 D および 点 E を表す複素数を求めよ。

2) 辺 DE の中点を F とする。3点 C, O, F が一直線上にあるように θ を定めよ。

Windom