Windom 2014年度藤田保健衛生大学医学部後期≪物理解答≫

第１問

問１　原点から打ち出されて折り返し，再び原点に戻るまでに4秒を要しているので，原点から折り返し点に到達するのに要する時間は半分の2秒である。

荷電粒子の速度の x 成分，y 成分をそれぞれ v_x，v_y，加速度の x 成分，y 成分をそれぞれ a_x，a_y とおくと，

原点から打ち出されて折り返し点に到達するまでについて，

$$3g = v_x \times 2 + \frac{1}{2}a_x \times 2^2 \quad \cdots\cdots①$$

$$4g = v_y \times 2 + \frac{1}{2}a_y \times 2^2 \quad \cdots\cdots②$$

が成り立ち，折り返し点から再び原点に到達するまでについて，

$$0 - 3g = \frac{1}{2}a_x \times 2^2 \quad \cdots\cdots③$$

$$0 - 4g = \frac{1}{2}a_y \times 2^2 \quad \cdots\cdots④$$

③，④より，

$$a_x = -\frac{3}{2}g, \qquad a_y = -2g$$

これらをそれぞれ①，②に代入すると，

$$v_x = 3g, \qquad v_y = 4g$$

以上より，初速度の大きさ v は，

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(3g)^2 + (4g)^2} = \underline{\underline{5g}}$$

問２　電場から受ける力を F とし，x 成分および y 成分をそれぞれ F_x，F_y とおく。

x 軸方向および y 軸方向(鉛直方向)についてそれぞれ運動方程式を書き出すと，荷電粒子の質量を M として，

$$Ma_x = F_x, \qquad Ma_y = Mg + F_y$$

問１より，　$F_x = -\frac{3}{2}Mg$，　$F_y = -Mg$

よって，　$F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}Mg\right)^2 + (-Mg)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}Mg$　　よって，$\underline{\underline{\frac{\sqrt{13}}{2}}}$ 倍

問３　$\tan\theta = \frac{|F_y|}{|F_x|} = \frac{Mg}{\frac{3}{2}Mg} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

問４　初速度は $v = 5g$ であり，y 軸方向の加速度は $a_y = -2g$ であったから，最高点の座標を y とおくと，

$$0^2-(5g)^2=2(-2g)y \qquad \therefore y=\frac{25}{4}g$$

問５　　$0=vt+\dfrac{1}{2}at^2$　より，

$$0=5t+\frac{1}{2}\times(-2g)t^2$$

$$=5t-t^2 \qquad \therefore \quad t=0，5$$　　よって，５秒後に床に到達する。

また，x 方向について，床に到達するときの x 座標を x とおくと，

$$x=0\times5+\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}g\right)\times5^2$$

$$\underline{\underline{=-\frac{75}{4}g}}$$

第２問

問１　A$\longrightarrow$B は断熱過程であるから，

$$P_1V_1{}^{\gamma}=P_2V_2{}^{\gamma}$$

よって，　$$\frac{P_1}{P_2}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$$

$$=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}}$$

問２　　状態 B，C それぞれの絶対温度を T_{B}，T_{C} とおくと $T_{\mathrm{B}}=\sqrt{2}T_{\mathrm{C}}$ が成り立つ。

状態 B，C について，ボイル・シャルルの法則より，　$\dfrac{P_2V_2}{T_{\mathrm{B}}}=\dfrac{P_3V_2}{T_{\mathrm{C}}}$

よって，　$$\frac{P_3}{P_2}=\frac{T_{\mathrm{C}}}{T_{\mathrm{B}}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

問３　　C$\longrightarrow$D は断熱過程であるから，

$$P_3V_2{}^{\gamma}=P_4V_1{}^{\gamma}$$

$$P_4=P_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$$

両辺を P_2 で割ると，

$$\frac{P_4}{P_2}=\frac{P_3}{P_2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}} \qquad \text{（問２より）}$$

※　状態 B,D についてのボイルシャルルの法則でも求めることは出来る。

問４　状態 D における絶対温度をT_{D}とおくと，$T_{\mathrm{D}}=T_{\mathrm{B}}$である。

状態 B，D について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_2V_2}{T_{\mathrm{B}}}=\frac{P_4V_1}{T_{\mathrm{D}}}$$

よって，$$\frac{P_4}{P_2}\cdot\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_{\mathrm{D}}}{T_{\mathrm{B}}}$$

$$\frac{P_4}{P_2}\cdot\frac{V_1}{V_2}=1 \qquad \text{（}T_{\mathrm{D}}=T_{\mathrm{B}}\text{より）}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}}\cdot\frac{V_1}{V_2}=1 \qquad \text{（問３より）}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{V_2}{V_1}=2\sqrt{2}$$

問５　状態 A における絶対温度をT_{A}とおくと，状態 A，B について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_1V_1}{T_{\mathrm{A}}}=\frac{P_2V_2}{T_{\mathrm{B}}}$$

よって，$$\frac{P_1}{P_2}\cdot\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}}\cdot\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} \qquad \text{（問１より）}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}}$$

$$\sqrt{2}=\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} \qquad \text{（問４より）}$$

$$\therefore\ T_{\mathrm{A}}=\sqrt{2}T_{\mathrm{B}}=\sqrt{2}T_{\mathrm{D}}$$

熱が出入りするのは定積過程のみで，気体は B$\rightarrow$C のとき熱を放出し，D$\rightarrow$A のとき熱を吸収する。この気体の定積熱容量をC_Vとおくと，

$$Q_{out}=C_V(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{C}})$$

$$=C_V(\sqrt{2}-1)T_{\mathrm{C}} \qquad \text{（}T_{\mathrm{B}}=\sqrt{2}T_{\mathrm{C}}\text{より）}$$

$$Q_{in}=C_V(T_{\mathrm{A}}-T_{\mathrm{D}})$$

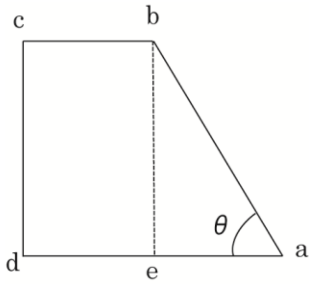
$$=C_V(\sqrt{2}-1)T_{\mathrm{D}}=C_V(2-\sqrt{2})T_{\mathrm{C}} \qquad \text{（}T_{\mathrm{A}}=\sqrt{2}T_{\mathrm{D}}\text{より）}$$

よって，　$$\frac{Q_{out}}{Q_{in}}=\frac{C_V(\sqrt{2}-1)T_C}{C_V(2-\sqrt{2})T_C}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}=\underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

第３問

問１　右図のように点 b から辺 ad に下ろした垂線の足を点 e とすると，

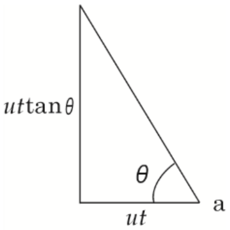


$$\overline{\mathrm{ae}}=\frac{L}{\tan\theta}$$

よって，　$$ut_1=\frac{L}{\tan\theta}$$

$$\therefore t_1=\underline{\underline{\frac{L}{u\tan\theta}}}$$

問２　時刻 t における台形コイルと磁場の共通部分の面積を S とすると，



$$S=\frac{1}{2}\times ut\times ut\tan\theta$$

$$=\frac{1}{2}u^2t^2\tan\theta$$

両辺を微分すると，　$$\frac{dS}{dt}=u^2t\tan\theta$$

よって，誘導起電力 V_1 は，

$$V_1=\left|-\frac{d\Phi}{dt}\right|=\left|-\frac{d(BS)}{dt}\right|=\left|-B\frac{dS}{dt}\right|=B\times u^2t\tan\theta=\underline{\underline{u^2tB\tan\theta}}$$

問３　$t_1\leqq t<t_2$ のとき，$\dfrac{dS}{dt}=u\times L$ であるから，誘導起電力 V_2 は，

$$V_2=\left|-B\frac{dS}{dt}\right|=\underline{\underline{uLB}}$$

問４　x 成分は，辺 ab が受ける力の x 成分のみで構成される。電流はコイルを時計回りに流れるので，辺 ab が受ける力は内側向きである。時刻 t における辺 ab と磁場の共通部分の長さを l_{ab} とおくと，

$$l_{\mathrm{ab}}=\frac{ut}{\cos\theta}$$

よって，辺 ab が受ける力の x 成分 F_x は，コイルに流れる電流の大きさを I とおくと，

$$F_x=-IBl_{\mathrm{ab}}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

$$=-\frac{V_1}{R}B\cdot\frac{ut}{\cos\theta}\cdot\sin\theta$$

$$=-\frac{u^2tB\tan\theta}{R}\cdot B\cdot\frac{ut}{\cos\theta}\sin\theta$$

$$=-\frac{u^3t^2B^2\tan^2\theta}{R}$$

y 成分は，辺 ab が受ける力の y 成分と辺 ad が受ける力で構成される。

辺 ab が受ける力を $F_{y,\ \mathrm{ab}}$ とおくと，力の向きは y 軸の負の向きなので，

$$F_{y,\ \mathrm{ab}} = -IBl_{\mathrm{ab}}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

$$= -\frac{V_1}{R}\cdot B\frac{ut}{\cos\theta}\cdot\cos\theta$$

$$= -\frac{u^2 tB\tan\theta}{R}\cdot B\frac{ut}{\cos\theta}\cdot\cos\theta$$

$$= -\frac{u^3t^2B^2\tan\theta}{R}$$

時刻 t における辺 ad と磁場の共通部分の長さを l_{ad} とおき，

辺 ad が受ける力を $F_{y,\ \mathrm{ad}}$ とおくと，力の向きは y 軸の正の向きなので，

$$F_{y,\ \mathrm{ad}} = IBl_{\mathrm{ad}}$$

$$= \frac{V_1}{R}\cdot B\cdot ut = \frac{u^2 tB\tan\theta}{R}\cdot B\cdot ut = \frac{u^3t^2B^2\tan\theta}{R}$$

以上より，生じる力の y 成分 F_y は，

$$F_y = F_{y,\ \mathrm{ab}} + F_{y,\ \mathrm{ad}}$$

$$= -\frac{u^3t^2B^2\tan\theta}{R} + \frac{u^3t^2B^2\tan\theta}{R} = \underline{\underline{0}}$$

問 5　$0 \leqq t < t_1$ における消費電力 P_1 は，

$$P_1 = \frac{{V_1}^2}{R}$$

$$= \frac{(u^2tB\tan\theta)^2}{R} = \underline{\underline{\frac{u^4t^2B^2\tan^2\theta}{R}}}$$

問 6

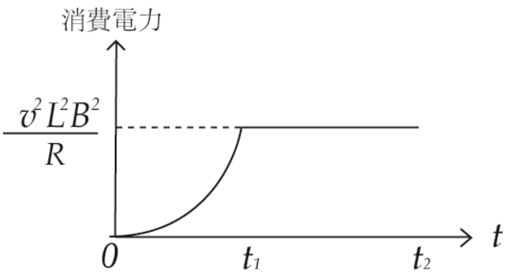
$t_1 \leqq t < t_2$ における消費電力 P_2 は，

$$P_2 = \frac{{V_2}^2}{R} = \frac{(uLB)^2}{R} = \frac{u^2L^2B^2}{R}$$

また，$t = t_1$ のとき，$ut_1\tan\theta = L$ となるので，

$$P_1 = \frac{u^4{t_1}^2B^2\tan^2\theta}{R} = \frac{u^2L^2B^2}{R}$$

以上より，グラフは図のようになる。



第 4 問

問 1　作用させた力の大きさをF とおくと，斜面方向のつりあいより，

$$\underline{\underline{F = Mg\sin\theta}}$$

問 2　重心 G のまわりのモーメントのつりあいより，

$$N_{P1} \times L = N_{Q1} \times L$$

$$\therefore\ \underline{\underline{\frac{N_{Q1}}{N_{P1}} = 1}}$$

問 3　ひもの張力をT とおくと，斜面方向の力のつりあいより，

$$\underline{\underline{T = Mg\sin\theta}}$$

問 4　重心 G のまわりのモーメントのつりあいより，

$$N_{P2} \times L = T \times D + N_{Q2} \times L$$

問 3 より，$N_{P2}L = Mg\sin\theta D + N_{Q2}L$

ここで，斜面に垂直な方向の力のつりあいより，$N_{P2} + N_{Q2} = Mg\cos\theta$ であるから，

$$N_{P2}L = \frac{N_{P2} + N_{Q2}}{\cos\theta}\sin\theta D + N_{Q2}L$$

$$N_{Q2}(L + D\tan\theta) = N_{P2}(L - D\tan\theta)$$

$$\therefore\ \underline{\underline{\frac{N_{Q2}}{N_{P2}} = \frac{L - D\tan\theta}{L + D\tan\theta}}}$$

問 5　　問 4 の結果から，

$$N_{P2} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{D}{L}\tan\theta\right)Mg\cos\theta$$

$$N_{Q2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D}{L}\tan\theta\right)Mg\cos\theta$$

$N_{Q2} = 0$ のとき物体は転倒するので，

$$1 - \frac{D}{L}\tan\theta_C = 0$$

よって，$\underline{\underline{\tan\theta_C = \frac{L}{D}}}$