

1

次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) (1-1) 連立不等式 $600 < 2^{x+2} - 2^x < 900$ を満たす自然数 x を求めよ。
 (1-2) 連立不等式 $21 < \log_2 x^6 < 22$ を満たす自然数 x を求めよ。
- (2) (2-1) $0 \leq x \leq \pi$ のとき、方程式 $\sqrt{3} \sin x - \cos x = a$ が相異なる2つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。
 (2-2) 2次方程式 $\sqrt{3}x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$ の2つの解を $\tan \alpha, \tan \beta$ とするとき、 $\alpha + \beta$ の値を求めよ。ただし、 $0 < \alpha + \beta < \pi$ とする。
- (3) 三角形 OAB において、 $OA=1, OB=2, \angle AOB=120^\circ$ とし、点 O から辺 AB に下ろした垂線の足を H 、辺 OB の中点を M 、線分 OH と線分 AM の交点を C とする。
 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$ とおくと、次の間に答えよ。
 (3-1) $AH:HB$ を求めよ。
 (3-2) \vec{OC} を \vec{a} と \vec{b} を用いて表せ。

解説

(1)(1-1) $600 < 2^{x+2} - 2^x < 900 \Leftrightarrow 600 < 4 \cdot 2^x - 2^x < 900 \Leftrightarrow 600 < 3 \cdot 2^x < 900$
 $\Leftrightarrow 200 < 2^x < 300$ これを満たす自然数は $x=8$

(1-2) $21 < \log_2 x^6 < 22 \Leftrightarrow 21 < 6 \log_2 x < 22 \Leftrightarrow \frac{7}{2} < \log_2 x < \frac{11}{3} \Leftrightarrow 2^{\frac{7}{2}} < x < 2^{\frac{11}{3}}$

$2^{\frac{7}{2}} < x$ より $x^2 > 2^7 = 128$ であるから、 $x \geq 12$
 $x < 2^{\frac{11}{3}}$ より $x^3 < 2^{11} = 2048$ であるから $x \leq 12$ よって、 $x=12$

(2)(2-1) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = a \Leftrightarrow 2 \sin(x - \frac{\pi}{6}) = a \Leftrightarrow \sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{a}{2}$

$0 \leq x \leq \pi$ より、 $-\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5}{6}\pi$ に解が2個存在するためには

$$\frac{1}{2} \leq \sin(x - \frac{\pi}{6}) < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{a}{2} < 1 \Leftrightarrow 1 \leq a < 2$$

(2-2) $\sqrt{3}x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$ の解が $\tan \alpha, \tan \beta$ なので、解と係数の関係より
 $\tan \alpha + \tan \beta = -\frac{2}{\sqrt{3}}, \tan \alpha \tan \beta = -1$

より、 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - (-1)} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$0 < \alpha + \beta < \pi$ であるから、 $\alpha + \beta = \frac{5}{6}\pi$

(3)(3-1) $AH:HB = t:1-t$ とおくと

$$\vec{OH} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$$

となる。 $\vec{OH} \perp \vec{AB}$ より、 $\vec{OH} \cdot \vec{AB} = 0$

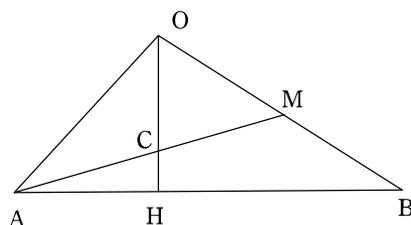
$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \{(1-t)\vec{a} + t\vec{b}\} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) &= 0 \\ \Leftrightarrow (1-2t)\vec{a} \cdot \vec{b} - (1-t)|\vec{a}|^2 + t|\vec{b}|^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2t-1) - (1-t) + 4t &= 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$AH:HB = \frac{2}{7}:1 - \frac{2}{7} = 2:5$$

(3-2) メネラウスの定理： $\frac{OC}{CH} \cdot \frac{HA}{AB} \cdot \frac{BM}{MO} = 1$ より、

$$\frac{OC}{CH} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{1} = 1 \text{ より、} OC:CH = 7:2$$

$$\vec{OC} = \frac{7}{7+2} \vec{OH} = \frac{7}{9} (\frac{5}{7}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{b}) = \frac{5}{9}\vec{a} + \frac{2}{9}\vec{b}$$



2

平面上に2点 $A(-2, 0), B(0, 0)$ および直線 $l: x + y = 2$ がある。

直線 l 上に点 $P(t, -t+2)$ をとる。次の各問に答えよ。

ただし、(1)の答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) $\angle APB = \theta$ とおく。このとき、常に $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ となることがわかっている。
 (1-1) $t = -2$ のとき、 $\tan \theta$ の値を求めよ。
 (1-2) $\tan \theta$ を t を用いて表せ。
- (2) $\angle APB = \theta$ を最大にする点 P の座標、およびそのときの $\tan \theta$ の値を求めよ。

解説

(1) $t = -2$ の時。 $A(2, 0), B(0, 0), P(-2, 4)$ であるから、

$$\tan \theta = \frac{AB}{PA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(2) AP と x 軸の正の方向が作る角を α 、 y 軸の正の方向が作る角を β とする。

$$t \neq 0 \text{ の時、} \tan \alpha = \frac{2-t}{t} \quad t \neq 2 \text{ の時、} \tan \beta = \frac{2-t}{2+t}$$

が成り立つ。

(i) $t = 0$ の時。 $A(2, 0), B(0, 0), P(0, 2)$ であるから、

$$\tan \theta = \frac{AB}{PA} = \frac{2}{2} = 1$$

(ii) $t \leq 2, (t \neq 0, t \neq -2)$ の時。 $\theta = \alpha - \beta$ ゆえ、

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{2-t}{t} - \frac{2-t}{2+t}}{1 + \frac{2-t}{t} \cdot \frac{2-t}{2+t}} \\ &= \frac{(2-t)(2+t) - (2-t)t}{(2+t)t + (2-t)^2} = \frac{4-2t}{2t^2 - 2t + 4} = \frac{2-t}{t^2 - t + 2} \end{aligned}$$

(iii) $t > 2$ の時。 $\theta = \beta - \alpha$

$$\tan \theta = \tan(\beta - \alpha) = -\tan(\alpha - \beta) = \frac{t-2}{t^2 - t + 2}$$

(1)の結果と、(i), (ii), (iii)より、

$$\tan \theta = \frac{|t-2|}{t^2 - t + 2}$$

(2) $f(t) = \frac{t-2}{t^2 - t + 2}$ とおく。 $f'(t) = \frac{-t(t-4)}{(t^2 - t + 2)^2}$ と $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} f(t) = 0$ より、

t	$-\infty$	\dots	0	\dots	4	\dots	∞
$f'(t)$	\times	$-$	0	$+$	0	$-$	\times
$f(t)$	(0)	\searrow	-1	\nearrow	$\frac{1}{7}$	\searrow	(0)

となる。よって、 $\tan \theta = \frac{|t-2|}{t^2 - t + 2} = |f(t)|$ が最大になるのは $t=0$ の時で、

$$\text{最大値} = |f(0)| = |-1| = 1$$

このとき、 $P(0, f(0)) = (0, 2)$

3

次の各問に答えよ。ただし、答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) 1から8までの数字を1つずつ記した8個の玉が袋に入っている。この袋から1個の球を取り出し、その数字を読み取ってはもとの袋に戻す操作を3回繰り返す。ただし、どの球が選ばれる確率も同じであるとする。いま、読み取った3個の数字のうち最大の数と最小の数の差をRとする。次の問に答えよ。

- (1-1) $R=1$ となる確率を求めよ。
 (1-2) $R=4$ となる確率を求めよ。
 (1-3) R の期待値を求めよ。
 (2) x についての2次方程式 $x^2 + (\log_a 5)x + \log_5 a^2 = 0$ が相異なる負の解をもつための定数 a のとりべき値の範囲を求めよ。
 (3) 行列 A を $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ とし、さらに、 $A^2 = B$ および $B^2 = A$ を満たす行列 B が存在する。ただし a, b は実数で、 $b > 0$ とする。次の問に答えよ。
 (3-1) 行列 A^3 を求めよ。 (3-2) a, b の値を求めよ。

解説

- (1) a が2回、 b が1回 ($a \neq b$) である確率は $p = \frac{3!}{2!} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{3}{2^9}$
 a が1回、 b が1回、 c が1回 ($a \neq b, b \neq c, c \neq a$) である確率は $q = 3! \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{6}{2^9}$

- (1-1) $R=1$ となるのは $(m, M) = (1, 2), (2, 3), \dots, (7, 8)$ の7通りである。
 例えば、 $(m, M) = (1, 2)$ の時は1が2回と2が1回である場合、または1が1回と2が2回出る場合なので、その確率は $2p$ である。よって、

$$P(R=1) = 2p \cdot 7 = 14p = 14 \cdot \frac{3}{2^9} = \frac{21}{256}$$

- (1-2) $R=4$ となるのは $(m, M) = (1, 5), (2, 6), \dots, (4, 8)$ の4通りである。
 例えば、 $(m, M) = (1, 5)$ の時は1が2回と5が1回である場合、または1が1回と5が2回出る場合と1が1回、2か3か4が1回、5が1回である場合なので、その確率は $2p + 3q$ である。よって、

$$P(R=4) = (2p + 3q) \cdot 4 = \frac{3}{16}$$

- (1-4) $R=k$ ($k=1, 2, \dots, 7$) となる確率は、 $2p - q = 0$ に注意すると

$$P(R=k) = (2p + (k-1)q)(8-k) = \frac{3}{256} k(8-k)$$

となるので、求める期待値は

$$E = \sum_{k=1}^7 k \cdot P(R=k) = \frac{3}{256} \sum_{k=1}^7 (8k^2 - k^3) = \frac{63}{16}$$

- (2) $x^2 + (\log_a 5)x + \log_5 a^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{\log_5 a}x + 2\log_5 a = 0 \dots \textcircled{1}$

①の判別式 > 0 より、

$$\left(\frac{1}{\log_5 a}\right)^2 - 8\log_5 a > 0 \Leftrightarrow 1 - 8(\log_5 a)^3 > 0 \Leftrightarrow (\log_5 a)^3 < \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow \log_5 a < \frac{1}{2} \Leftrightarrow a < 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \dots \textcircled{2}$$

二つの解を α, β とすると、解と係数の関係より、

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{\log_5 a} \quad \alpha\beta = 2\log_5 a$$

ここで、 $\alpha < 0$ かつ $\beta < 0 \Leftrightarrow \alpha + \beta < 0$ かつ $\alpha\beta > 0$ を用いると

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{\log_5 a} < 0 \quad \alpha\beta = 2\log_5 a > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5 a > 0 \Leftrightarrow a > 5^0 = 1 \dots \textcircled{2}$$

①かつ②より、 $1 < a < \sqrt{5}$

- (3) $|A| = a^2 + b^2 > 0$ ($\because b > 0$ より) なので、行列 A は逆行列 A^{-1} を持つ。

- (3-1) $A^4 = B^2 = A$ の両辺に A^{-1} をかけると $A^3 = E$

- (3-2) ケーリー-ハミルトンの定理より、 $A^2 = 2aA - (a^2 + b^2)E$

が成り立つ。(1)の結果より、

$$\begin{aligned} A^3 &= 2aA^2 - (a^2 + b^2)A = 2a(2aA - (a^2 + b^2)E) - (a^2 + b^2)A \\ &= (3a^2 - b^2)A - 2a(a^2 + b^2)E = E \\ &\Leftrightarrow (3a^2 - b^2)A = \{2a(a^2 + b^2) - 1\}E \end{aligned}$$

$b > 0$ より $A \neq kE$ なので、

$$3a^2 - b^2 = 0 \dots \textcircled{1} \quad 2a(a^2 + b^2) - 1 = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{を}\textcircled{2} \text{に代入すると } a^3 = -\frac{1}{8} \text{ より、} a = -\frac{1}{2}$$

このとき、②より、 $b^2 = \frac{3}{4}$ で $b > 0$ より、 $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4

次の各問に答えよ。ただし、(1)の答は結果のみを解答欄に記入せよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$)が $a_n = \int_0^1 x^2(1-x)^n dx$ により与えられている。

次の問に答えよ。

- (1-1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

- (1-2) $\sum_{n=1}^{\infty} (n+c)(a_n - a_{n+1}) = 2$ となる実数 c の値を求めよ。

- (2) $|2x+y| + |2x-y| = 2$ のグラフを図示せよ。

解説

- (1)(1-1)

$1-x=t$ と置換すると、 $-dx=dt \Leftrightarrow dx=-dt$ であり積分区間は

x	0	\rightarrow	1
t	1	\rightarrow	0

となる。

$$\begin{aligned} a_n &= \int_0^1 x^2(1-x)^n dx = -\int_1^0 (1-t)^2 t^n dt = \int_0^1 (t^{n+2} - 2t^{n+1} + t^n) dt \\ &= \left[\frac{t^{n+3}}{n+3} - \frac{2t^{n+2}}{n+2} + \frac{t^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{n+3} - \frac{2}{n+2} + \frac{1}{n+1} \\ &= \frac{2}{(n+1)(n+2)(n+3)} \end{aligned}$$

- (1-2)

$S_m = \sum_{n=1}^m (n+c)(a_n - a_{n+1})$ とおく。

$$\begin{aligned} S_m &= \sum_{n=1}^m n(a_n - a_{n+1}) + c \sum_{n=1}^m (a_n - a_{n+1}) \\ &= \sum_{n=1}^m a_n - m a_{m+1} + c \sum_{n=1}^m \left(\frac{2}{(n+1)(n+2)(n+3)} - \frac{2}{(n+2)(n+3)(n+4)} \right) \\ &= \sum_{n=1}^m \left(\frac{1}{(n+1)(n+2)} - \frac{1}{(n+2)(n+3)} \right) - \frac{m}{(m+2)(m+3)(m+4)} \\ &\quad + c \left(\frac{1}{12} - \frac{2}{(m+2)(m+3)(m+4)} \right) \\ &= \frac{1}{6} - \frac{1}{(m+2)(m+3)} - \frac{m}{(m+2)(m+3)(m+4)} \\ &\quad + c \left(\frac{1}{12} - \frac{2}{(m+2)(m+3)(m+4)} \right) \end{aligned}$$

よって、 $\lim_{m \rightarrow \infty} S_m = \frac{1}{6} + \frac{1}{12}c = 2$ よって、 $c = 22$

- (2) $|2x+y| + |2x-y| = 2 \dots \textcircled{1}$

- (i) $\begin{cases} 2x+y \geq 0 \\ 2x-y \geq 0 \end{cases}$ 即ち、 $\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq 2x \end{cases}$ の時。

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow 2x+y+2x-y=2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$

- (ii) $\begin{cases} 2x+y \leq 0 \\ 2x-y \geq 0 \end{cases}$ 即ち、 $\begin{cases} y \leq -2x \\ y \leq 2x \end{cases}$ の時。

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow -(2x+y)+2x-y=2 \Leftrightarrow y=-1$$

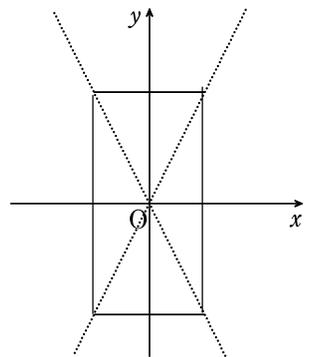
- (iii) $\begin{cases} 2x+y \leq 0 \\ 2x-y \leq 0 \end{cases}$ 即ち、 $\begin{cases} y \leq -2x \\ y \geq 2x \end{cases}$ の時。

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow -(2x+y)-(2x-y)=2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$$

- (iv) $\begin{cases} 2x+y \geq 0 \\ 2x-y \leq 0 \end{cases}$ 即ち、 $\begin{cases} y \geq -2x \\ y \geq 2x \end{cases}$ の時。

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow 2x+y-(2x-y)=2 \Leftrightarrow y=1$$

よって、右図のようになる。



昭和大学医学部Ⅱ期 ファイナルトライアウト

2月19日水
2月28日金

起死回生の48時間！ 昭和Ⅱ期攻略への即戦対応！

2014年度
昭和大学医学部Ⅱ期入試
解答速報
やります！

講座概要

英語トライアウト 9時間

読解、発音、文法、会話文などさまざまな形式で出題されるため、この対処がまず第一です。読解は医療、生物を中心にしたものが多く、標準より若干難しい。医療系を軸にして、やや高度な内容の文章を読み解くトレーニングが必要です。また、難度の高い単語がふくまれることもあり、語彙力をつけるとともに、文中から類推する力が要求されます。語彙力強化は入試前日まで習慣的に実施すること。

数学トライアウト 18時間

大問4題で1・2・3番が小問集合、4番が記述式となります。小問集合は基本的、標準的な問題が多く、まずは教科書レベルの問題を繰り返し演習して、確実に得点できる力を養います。記述式の問題は微積、数列、確率などが頻出であり、やや難度の高い問題もありますが、近年は標準的な問題が多い。最後まで解き切る力が合否を分けるため、「ごっつい問題」にもアタックして、抵抗力をつけていきたい。

化学トライアウト 9時間

記述式が主で、全体的に難易度が高い。計算問題が多く、化学式を書かせる問題、論述問題も出題されます。細かい知識や計算力の問題トレーニングも視野にいて、総合的に速習していきたい。教科書以上の知識を身につけた上で、高度な問題の演習が必須になるため、取りこぼしなく8割の得点力を目指します。

生物トライアウト 12時間

ついにあの鬼の穴埋め問題が消滅し、見かけ上は他大学と同じになりました。でも、ハイレベルな医学の知識を要する小問が多数含まれており、簡単になったわけではありません。中には、医学生に課す問題では？ と思うものも。たとえば次のような問題です。

- ①B細胞として末梢に出て行くためには分化の過程でどのような条件が必要か、20字以内で答えなさい。(2011Ⅰ期)
- ②ツベルクリン液を接種した皮膚に発赤が出来る機序を20字以内で書きなさい。(2011Ⅱ期)
- ③ツベルクリン液を接種した皮膚に硬結が出来る機序を20字以内で書きなさい。(2011Ⅱ期)

①を抗体遺伝子の再編成、②をマクロファージの集合、③をコラーゲンなどで説明するような答案ではダメです。なぜだかわかりますか？ このような問題に対し、正しい解答を提示し、論理的に解説・指導することは簡単ではありません。やはり、専門予備校であるウインダムに頼るべきです。

物理トライアウト 12時間

計算過程や理由を書かせる問題が多く、論述問題も出題されます。見慣れない形式の問題が出題されることもあり、物理を根本的に理解するとともに、過去問を研究し、さまざまな問題の演習に取り組み、ダントツタッチグリの満点教科を目指します！

本講座は記述式の難関、昭和大学医学部Ⅱ期試験を突破するためのファイナルプランです。難関医大とはいえ、標準⇒発展へのアプローチを集中学習することで、十分に一次突破の成算があります。

当日は、昭和特化型の『演習問題トライアル』と『講義トライアル』を繰り返し、「つまずき所」を明確にするとともに、特に重要教科と考えられる数学に対しては3講師を配置して、18時間かけてかたよりに総合的にトレーニングし、昭和Ⅱ期へのコンディションを整えていきます。

『演習問題トライアル』+『講義トライアル』=補強箇所・つまずき所を確認修正
計算ミスなどのケアレスミスも矯正

英語数学どちらがカギ？

英語の平均点は最高点が80点であっても、その最低点は50点だったりと、さほど上下に広がりはありませんが、数学の場合90点の高得点をはじき出す受験生もいれば、ケアレスミスの連発で20点程度の受験生もいます。よって、数学のほうが得点分布の開きが大きく、いかに数学の失点を防ぎ、問題を解き切ることがキーとなりそうです。かといって、英語や理科で大幅に失点すれば、数学の得点力だけではカバーしきれません。得意教科で落とさず、数学で勝負をかける！これが昭和Ⅱ期攻略のポイントでしょう。

ウインダム昭和Ⅱ期受験担当より…

君たちは起死回生という言葉をご存知でしょうか。負けるとわかっている戦いに勝利を見出せる姿勢・態勢が起死回生なのです。歴史的にもひよどり越え戦い、桶狭間の戦い、関が原の戦いなど、情報力と判断力、時の勢いを利用して死地より生を勝ち取った事実は多い。よって医大受験生が「起死回生・昭和Ⅱ期合格」を狙うのであれば、「自分の学力を改めて認識する」という情報力と「残された時間でなにをするのが妥当か」という判断力と、「決めたら必ずやり遂げてやる」という時の勢いが必要になります。

また、私立医大受験の場合、よほどの優秀者でもない限り、希望する結果に恵まれることは稀でしょう。つまり出来なかったと思った医学部に合格し、出来たと思った医学部へ不合格。医学部を諦めたと思ったら入学し、精魂はてるまで勉強したのにもかかわらず、結果に恵まれず他学部へいく。まことに神のみぞ知る運命のいたずらではありません。

結局、上昇気流に乗っている受験生は油断をしてはならないし、下降ぎみの受験生であっても極端に悲観する必要もありません。ただし、日々、何かを見極めることは必要でしょう。それは勉強法であれ、補強箇所であれ、自分の悪癖(計算ミス)であれ、最後の一日まで「昭和Ⅱ期までにこれだけは変わった！」というものが実感できれば、自ずと合格への道が開けると確信しています。

