(K—49—M)

前期日程

平成31年度入学試験問題

数　　学

I　注　意　事　項

1. 指示があるまでこの冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は全部で，６ページです。**設問はⅠからⅣまであります。**
3. 解答用紙のマーク数字は，次の「良い例」のように，濃く正しく塗りつぶしなさい。**正しく塗りつぶされていない場合，採点できないことがあります。**

良い例……… 

悪い例……… 

4. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので，正確に記入しなさい。
   ①　氏名欄……………………氏名を**漢字**と**フリガナ**で記入しなさい。
   ②　受験番号欄………………６桁の受験番号を**算用数字**で記入し，**マーク欄の数字**を正しく塗りつぶしなさい。
5. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気がついた場合は，手を上げて申し出なさい。
6. 試験中に質問がある場合は，手を上げて申し出なさい。
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。
8. 途中退場は認めません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，冊子を開いてはいけません。

Ⅱ 解答上の注意

1 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0 ～ 9），または負の符号（－）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{\text{アイ}}$ に－8と答えたいとき

ア	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

2 分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。負の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例 2　$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

3 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ に $2\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2}$ と答えるところを，$1\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

Windom

問題は次のページから始まります。

Ⅰ (1) $U=\{x \mid x$ は 100 未満の正の整数$\}$を全体集合，集合 S の要素の個数を $n(S)$ とする．U の部分集合

$$A=\{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\},\ B=\{x \mid x \text{ は } 4 \text{ の倍数}\},\ C=\{x \mid x \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$$

に対し，$n(A\cap B)=$ $\boxed{\text{ア}}$ ，$n(\overline{A\cup B})=$ $\boxed{\text{イウ}}$ ，$n(A\cap B\cap C)=$ $\boxed{\text{エ}}$ ，$n((A\cup B)\cap\overline{C})=$ $\boxed{\text{オカ}}$ が成り立つ．

(2) X，Y，Z の 3 人がこの順番で，1 から 5 までの 5 枚の番号札が入った袋から，番号札を 1 枚取り出す．取り出された番号札は袋に戻さないものとし，最も小さい数の番号札と 2 番目に小さい数の番号札を引いた 2 人が賞品を受け取る．

X が 3 の番号札を引く場合の数は $\boxed{\text{キク}}$ であり，X が 3 の番号札を引いて賞品を受け取る場合の数は $\boxed{\text{ケコ}}$ である．

X が 3 以下の番号札を引いて賞品を受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ となる．

X が 2 以上の番号札を引いて Z が賞品を受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である．

X の引いた番号札が 1 でないとき，Z が賞品を受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である．

Windom

Ⅱ　実数を定義域とする関数 $f(x)=\dfrac{x}{2x^2+1}$ に対し $y=f(x)$ のグラフを曲線 C，x 座標が $\dfrac{1}{2}$ である曲線 C 上の点をPとして，以下の問いに答えよ．

(a)　$f(x)$ は，$x=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ において極大値 $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ を取る．曲線 C は変曲点を $\boxed{\text{オ}}$ 個持ち，そのうち x 座標が最大のものは $\left(\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}},\ \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ である．

(b)　点Pにおける，曲線 C の接線 ℓ の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x+\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，

曲線 C と接線 ℓ のPとは異なる交点は $\left(-\boxed{\text{セ}},\ -\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ である．

曲線 C と接線 ℓ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}+\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\log_e\boxed{\text{ニ}}$ である．

(c)　点Pを通る傾き m の直線が，曲線 C と複数の共有点を持つのは

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}-\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}\leqq m\leqq\frac{\boxed{\text{ヌ}}+\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

のときである．

Windom

Ⅲ $\boxed{\text{ソ}}$ の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つ選べ．

座標空間において，点 A_0 を $(1,1,0)$，点 B_0 を $(-1,-1,0)$，点 C_0 を $(1,-1,0)$ とし，xy 平面上の点 P_n から点 P_{n+1} を定める下記の操作を M とする．

操作 M：点 P_n を z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した後，x 軸のまわりに 1 回転させて得られる点 P_n の軌跡と xy 平面との交点のうち，y 座標が最も大きい点を P_{n+1} と定める．

(a) 点 A_0 に対して操作 M を連続して n 回施して得られる点を A_n，この点の y 座標を a_n とすると，

$$a_1=\sqrt{\boxed{\text{ア}}},\quad a_{n+1}=\sqrt{a_n^{\boxed{\text{イ}}}+\boxed{\text{ウ}}}\qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

が成り立つ．したがって，$a_n=\sqrt{\boxed{\text{エ}}\,n+\boxed{\text{オ}}}$ と表せる．

(b) $0\leqq t\leqq 1$ を満たす実数 t に対し，線分 A_0B_0 を $t:1-t$ に内分する点を Q_0 とする．点 Q_0 を z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した点と x 軸との距離は，

$\sqrt{\boxed{\text{カ}}\,t^2-\boxed{\text{キ}}\,t+\boxed{\text{ク}}}$ である．

t を $0\leqq t\leqq 1$ の範囲で変化させたとき，点 Q_0 に対して操作 M を 1 回施して得られる点 Q_1 は，曲線

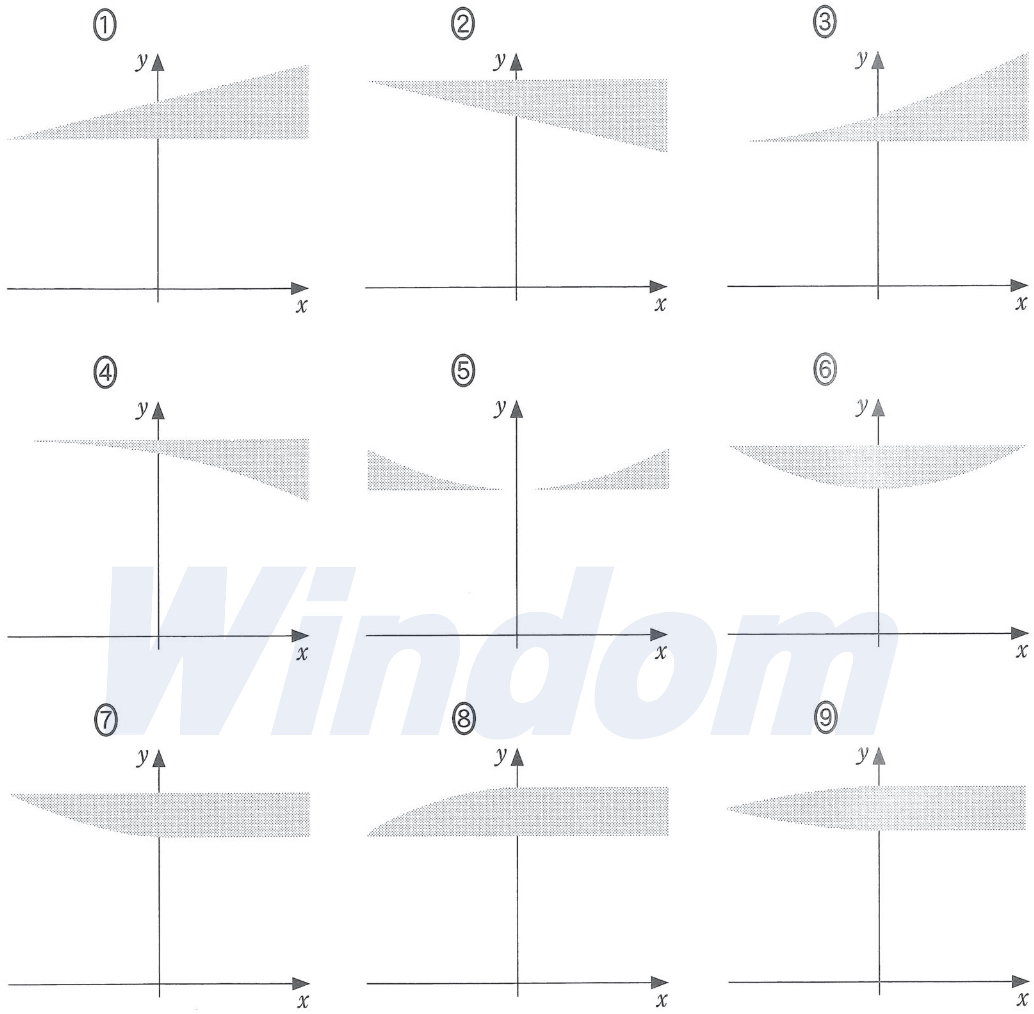
$$\boxed{\text{ケ}}\,x^{\boxed{\text{コ}}}+y^2=\boxed{\text{サ}}$$

上に存在する．

(c) 線分 A_0C_0 を z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した線分上の点と x 軸との距離の最小値は $\boxed{\text{シ}}$ である．線分 A_0C_0 上の点に対し，操作 M を 1 回施して得られる点の集合は，長さ $\sqrt{\boxed{\text{ス}}}-\boxed{\text{セ}}$ の線分となる．

(d) 三角形 $A_0B_0C_0$ の周および内部の点に対し，操作 M を 1 回施して得られる点の集合を D とする．集合 D が表す領域の概形は $\boxed{\quad ソ \quad}$ である．

$\boxed{\quad ソ \quad}$ の解答群



Ⅳ　x，y を正の実数，$f(x)$ を恒等的に 0 ではない微分可能な連続関数とし，$f'(x)$ はその導関数を表すものとする.

(a)　下記の 6 つの命題が，任意の正の実数 x，y に対して真となるように，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ の解答として適当なものを，解答群の中から<u>すべて</u>選べ.

・$f(x) = \boxed{\text{ア}} \Longrightarrow f(x+y) = f(x) \times f(y)$

・$f(x) = \boxed{\text{イ}} \Longrightarrow f(x \times y) = f(x) + f(y)$

・$f(x) = \boxed{\text{ウ}} \Longrightarrow \{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = f(2x)$

・$f(x) = \boxed{\text{エ}} \Longrightarrow f(f(x)) + f(x) = 0$

・$f(x) = \boxed{\text{オ}} \Longrightarrow \{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = 1$

・$f(x) = \boxed{\text{カ}} \Longrightarrow 3f(x) + f'(x) = 0$

$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ の解答群

① $3x+5$　② $-x$　③ $4x^2+1$　④ $\dfrac{1}{x+8}$　⑤ $6\log_2 x$

⑥ $\sin x$　⑦ $\cos x$　⑧ e^{-3x}　⑨ $\dfrac{e^x}{2} + \dfrac{e^{-x}}{2}$

(b)　設問(a)で示した 6 つの命題のうち，上記解答群に挙げた関数に代えて，

$$f(x) = c \quad (\text{ただし，} c \text{ は 0 でない適当な定数})$$

とすると真となる命題は $\boxed{\text{キ}}$ 個存在する．また，設問(a)で選んだ関数に対し，逆も真となる命題の数は $\boxed{\text{ク}}$ 個である.

(c)　$f(x+y) = f(x) \times f(y)$ を満たす関数 $f(x)$ に対し，

$$\lim_{x \to +0} f(x) = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立ち，$f(x \times y) = f(x) + f(y)$ を満たす関数 $f(x)$ に対し，

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \boxed{\text{コ}}$$

が成り立つ.

Windom