平成30年度 金沢医科大学医学部入学試験問題
一般入学試験（後期）【 数 学 】

1　m を定数とする。2点 $\mathrm{A}(-1, 1)$，$\mathrm{B}(1, 2)$ を通り，点 $(m, 0)$ を頂点とする放物線を考える。この放物線を表す2次関数は，x^2 の係数を $a\,(a \neq 0)$ とすると $y = a(x-m)^2$ と表すことができる。このとき，m は2次方程式 $m^2 + \boxed{\text{ア}}\,m + \boxed{\text{イ}} = 0$ の解であるので，

$m = -\boxed{\text{ウ}} \pm \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

$$m_1 = -\boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}},\quad m_2 = -\boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

とし，m の値が m_1，m_2 のときの a の値をそれぞれ a_1，a_2 とすると，

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}},\quad a_2 = \frac{\boxed{\text{カ}} + \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。次に，$y = a_1(x-m_1)^2$ で表される放物線を C_1，$y = a_2(x-m_2)^2$ で表される放物線を C_2 とする。C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，C_1（$x \geqq m_1$）と C_2（$x \leqq m_2$）および x 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

2　$a_1 = 2$，$a_{n+1} = 16\,a_n{}^2$ で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。$b_n = \log_2 a_n$ とおくと，$b_1 = \boxed{\text{タ}}$，$b_{n+1} = \boxed{\text{チ}}\,b_n + \boxed{\text{ツ}}$ である。よって，$b_n = \boxed{\text{テ}} \cdot \boxed{\text{ト}}^{\,n-\boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ニ}}$ である。

$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの積の，2を底とする対数は

$$\log_2(a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n) = \boxed{\text{ヌ}} \cdot \boxed{\text{ネ}}^{\,n} - \boxed{\text{ノ}}\,n - \boxed{\text{ハ}}$$

である。

$\boxed{3}$ 原点を O とし，k を正の定数とする。放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ ……①を点 $(k,1)$ に関して対称移動した放物線を②とする。

（1）②の頂点は $\left(\boxed{\text{ヒ}}\,k,\ \boxed{\text{フ}}\right)$ であり，②を表す 2 次関数の x^2 の係数は $-\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

（2）①と②の共有点が 1 個になるのは，$k=\sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ のときである。このとき，②と x 軸の 2 つの共有点を x 座標の小さい順に A，B とし，①と②の共有点を C とすると，A の座標は $\left(\boxed{\text{ミ}}\sqrt{\boxed{\text{ム}}}-\boxed{\text{メ}},\ 0\right)$，B の座標は $\left(\boxed{\text{ミ}}\sqrt{\boxed{\text{ム}}}+\boxed{\text{メ}},\ 0\right)$，C の座標は $\left(\sqrt{\boxed{\text{モ}}},\ \boxed{\text{ヤ}}\right)$ である。

（3）$k=\sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ のとき，△OCA の面積は $\sqrt{\boxed{\text{ユ}}}-\boxed{\text{ヨ}}$ であり，$\tan\angle\text{ACB}$ の値は $-\boxed{\text{ラ}}$ である。

$\boxed{4}$ 図のように，$\angle\text{A}=\dfrac{\pi}{6}$，AB = AC である二等辺三角形 ABC が単位円に内接している。動径 OA の表す角を $\theta\,(0\leqq\theta<2\pi)$ とし，$\text{A}(x_1, y_1)$，$\text{B}(x_2, y_2)$，$\text{C}(x_3, y_3)$ とするとき，

$$x_2=\cos\left(\theta+\frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi\right),\quad y_2=\sin\left(\theta+\frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi\right),\quad x_3=\cos\left(\theta+\frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi\right),\quad y_3=\sin\left(\theta+\frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi\right)$$

と表される。ただし，$0<\dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi<\dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi<2\pi$ とする。$\displaystyle\sum_{k=1}^{3}(x_k+y_k)$ は θ を用いて

$\left(\sqrt{\boxed{\text{ワ}}}-\sqrt{\boxed{\text{ヲ}}}\right)\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$ と変形される。これは $\theta=\dfrac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{い}}}\pi$ のとき，最大値 $\sqrt{\boxed{\text{う}}}-\sqrt{\boxed{\text{え}}}$ をとる。また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\left(x_k^2+y_k^2\right)$ は θ の値によらず一定の値 $\boxed{\text{お}}$ をとる。