

理 科

〈監督者の指示があるまで開いてはいけない〉

1. 出願時に選択した2科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 選択していない科目の解答用紙は問題配布後に回収します。
3. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
4. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。
落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。
5. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用しなさい。
6. 記入中でない解答用紙は必ず裏返しにしておきなさい。
7. 問題冊子は試験終了後、持ち帰ってもよい。
ただし、試験途中では持ち出してはいけない。

問 題 目 次

物 理	1	～	7	ページ
化 学	8	～	17	ページ
生 物	19	～	28	ページ

物 理

1. 図1のような水槽の底から気泡を断続的に噴出させ、水槽に模様や文字を出現させるアクアパーテーション、アクアエアパネルと呼ばれるインテリアがある。また、発泡性飲料をグラスに注いで、しばらく置くと、図2のようにグラスの内壁から気泡が立ち上る。さらに、湖沼や海の底の泥の中でバクテリアなどに有機物が分解されることにより、メタンガスが発生し、気泡となって立ち上ることがある。

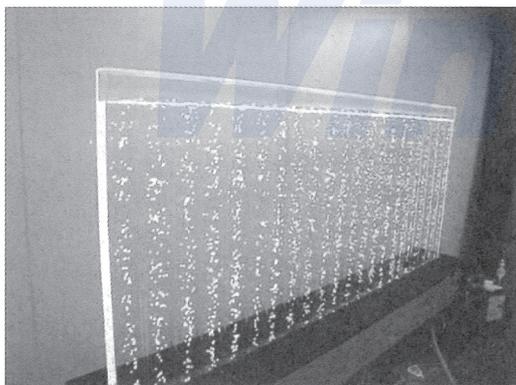


図1 アクアパーテーション

<http://www.sacas.co.jp/01product/>
<http://www.youtube.com/watch?v=0x84D5vkgyM>

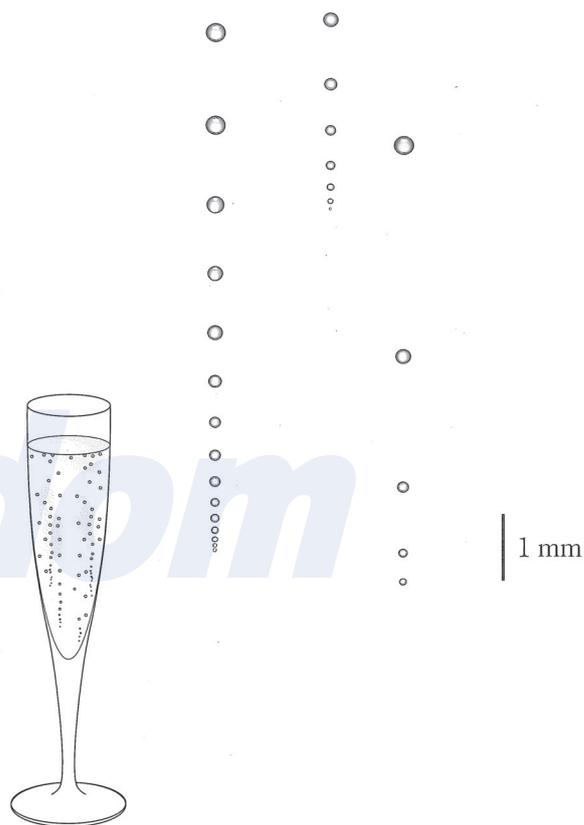


図2 発泡性飲料の気泡

ジェラルール・リジュ＝ベレル著、立花峰夫訳、
 シャンパン泡の科学(白水社)P. 57図5 および P. 64図8 改変

水中を上昇する一つの気泡がどのような振舞いをするのか簡単な物理模型を用いて考察しよう。十分な水深がある水槽を考える(図3)。水温と水の密度は深さに関係なく一定でそれぞれ絶対温度 T 、 ρ_w とする。内部の気体の温度が T の球形の気泡を考える。気泡の内部には 1 mol あたりの質量が M の理想気体が包含されているとし、気泡からの気体の出入りはないものとする¹。気泡内部の気体の圧力は水の表面張力により高くなっている。気泡のある位置の水圧と半径 r の気泡内部の気体の圧力の差 ΔP は

$$\Delta P = \frac{2\alpha}{r}$$

¹ 発泡性飲料の泡の場合、飲料に溶けていた二酸化炭素が泡の表面で気体となり、泡が大きくなる効果があるが、ここでは考えない。

で与えられるものとする。ただし、 α は水の表面張力に関する単位長さあたりの引力で、深さには依存しないものとする。また、水面での大気圧を P_a 、重力加速度の大きさを g 、気体定数を R とする。

気泡の深さは気泡の中心の位置で表し、気泡の半径は深さに比べて十分小さいものとして、以下の設問に答えなさい。

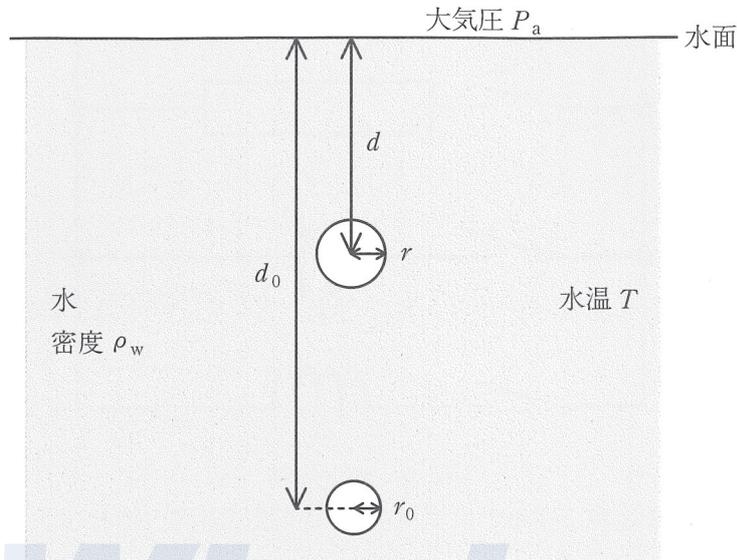


図3 水槽内の気泡の模式図

- 問 1. 深さ d_0 での水圧 P_0 を求めなさい。
- 問 2. 深さ d_0 にある、半径 r_0 の気泡の内部の気体の圧力を求めなさい。
- 問 3. 深さ d_0 での気泡の内部の気体の密度 ρ_0 を求めなさい。解答には P_0 を用いてよい。
- 問 4. 深さ d_0 において気泡が受ける浮力と重力の合力を求めなさい。ただし、力の向きは鉛直上向きを正とする。また、解答には ρ_0 を用いてよい。
- 問 5. 気泡の内部の気体の圧力について、表面張力の効果は重力の効果に比べて十分小さく無視できるとして、深さ d における気泡の半径 r を d_0 、 r_0 および P_a などを用いて表しなさい。
- 問 6. 気泡は、運動するとき、気泡の断面積および運動速度に比例する抗力を受けるとする。気泡が水中を上昇するとき、どのような運動をするか、浮力と抗力の大小関係に注目して考察し、簡潔に記せ。ただし、気泡は鉛直上方に直線的に上昇するものとする。

2. 図1のような、起電力 E で内部抵抗 r の電池、抵抗値 R の抵抗器、電気容量 C のコンデンサー、自己インダクタンス L のコイルとスイッチ S_1, S_2, S_3, S_4 からなる電気回路について、以下の設問に答えなさい。

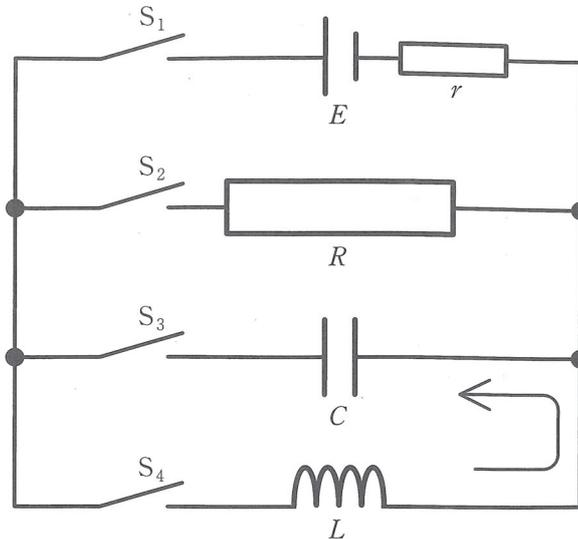


図1 電気回路

- 問 1. S_2, S_4 は開いたまま、 S_1, S_3 を閉じて、十分時間が経った後にコンデンサーに蓄えられている電気量を求めなさい。
- 問 2. 問 1 の状態から S_1 を開き、 S_2 を閉じた後、十分時間が経つまでの間に抵抗器で発生するジュール熱を求めなさい。
- 問 3. 問 2 の状態から S_2, S_3 を閉じたままで、再び S_1 を閉じ、十分時間が経った後、コンデンサーに蓄えられている電気量を求めなさい。
- 問 4. 問 3 の状態から S_3 を開き、その後、 S_1, S_2 を開く。そして、 S_3, S_4 を閉じる。このとき、コンデンサーとコイルの閉回路に図 1 中の矢印の向きを正として図 2 のような周期 T の振動電流 I が流れた。ただし、図 2 の横軸は回路を閉じてからの経過時間 t 、縦軸は電流 I である。電流 I の最大値を I_{\max} と表している。
- (1) S_3, S_4 を閉じる前にコンデンサーに蓄えられていた電気量は、図 2 の中のある領域の面積として表される。その領域を解答欄の図に斜線で示しなさい。ただし、原点を含む領域を用いること。

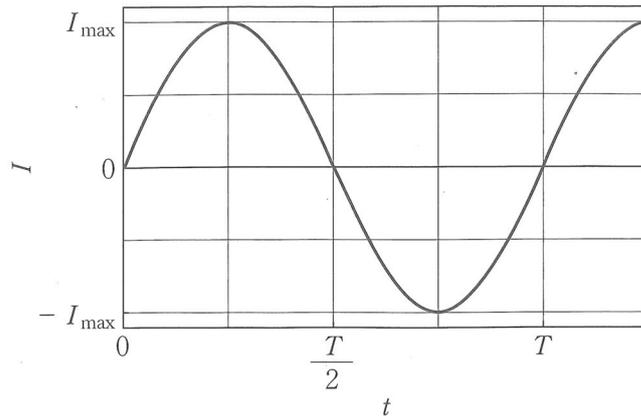


図2 回路を流れる電流の時間変化

- (2) S_3, S_4 を閉じてから、コンデンサーに蓄えられている電気量が初めて0になるまでの経過時間を周期 T を用いて表しなさい。
- (3) 周期 T を C, L を用いて表しなさい。
- (4) この回路に流れる最大電流 I_{\max} を C, L などを用いて表しなさい。
- (5) コイルに生じる自己誘導起電力 V の時間変化の様子を解答欄に描きなさい。ただし、自己誘導起電力 V の最大値を V_{\max} とし、符号は図1の矢印の向きに電流を流そうとする場合を正とする。

3. 放射線に関する以下の設問に答えなさい。

I. PET(陽電子断層撮影)検査では、陽電子を放出する放射性原子核を含む化合物を人体に投与する。放射性化合物は体内で崩壊し、陽電子を放出する。放出された陽電子は近傍の原子の電子と対消滅する。この時、2個の光子(γ 線)が互いに正反対の方向に放出される。PET装置は、人体の周囲を取り巻くように配列された多数の γ 線検出器により γ 線を検出する。ほぼ同時に γ 線を検出した2つの検出器を結ぶ直線上のどこかで対消滅が起きたと考えられる。複数回の対消滅の検出をコンピューターで画像処理することにより、放射性化合物の分布を示す3次元画像を作成できる。

陽電子の発生には、例えば、ブドウ糖の水酸基をフッ素18(放射性同位体)に置き換えたフルオロデオキシグルコース(^{18}F -FDG)が使用される。がん細胞は正常な細胞より増殖が活発で、ブドウ糖を多く消費するため、投与された ^{18}F -FDG、すなわちフッ素18はがん細胞に集まり、より多くの陽電子を発生する場所としてがん細胞が見つかる。

フッ素18の半減期を110分として、以下の問いに答えなさい。

問1. PET検査で体内のある非常に狭い領域に 1.8×10^{12} 個のフッ素18が集まった。その瞬間の放射能の強さを求め、単位をつけて答えなさい。必要であれば、 $|x| \ll 1$ のとき、 $2^x \approx 1 + 0.693x$ と近似できることを用いてよい。

問2. 問1でフッ素18が集まった領域から1m離れたところにある入射面積 1cm^2 の γ 線検出器が1秒間に陽電子の対消滅による γ 線を検出する平均の数を求めなさい。ただし、検出器の検出効率は100%とする。

II. X線は波長が $10^{-12} \sim 10^{-10}\text{m}$ 程度の電磁波の一種である。X線は物質に対する透過力が強いので、透過しやすさの違いを用いて、レントゲン写真やコンピューター断層撮影法(X線CT)など、医療に応用されている。

X線は図1のようなX線管とよばれる装置を用いて発生させる。真空のガラス管の内部に2つの電極を入れ、この電極間に電圧をかける。陰極はタングステンなどの金属製のフィラメントでできている。この陰極を熱すると電子が放出され、これを高電圧で加速して、タングステンやモリブデンなどの金属でできた陽極に衝突させると、電子が急減速してX線が発生する。

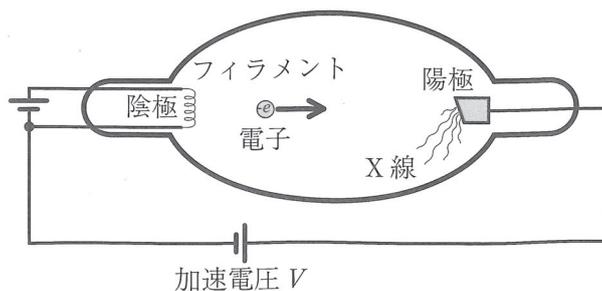


図1 X線管

タングステンを陽極とする X 線管で加速電圧を変化させたとき、発生する X 線の強度と波長の関係を図 2 に示す。

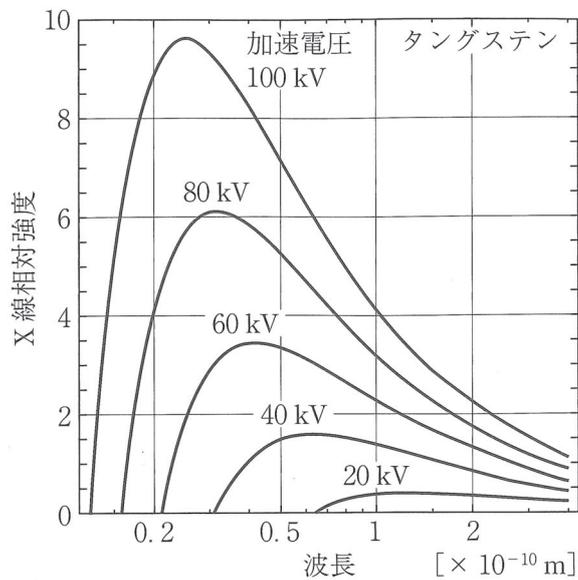


図 2 X 線強度の波長依存性

図 2 のように発生する X 線の波長の短い方に下限があり、この波長に対応する振動数を限界振動数 ν_0 とする。 ν_0 は加速電圧によって変化する。この関係を図 3 に示す。

加速電圧を 100 kV、X 線管に流れる電流は 1.0 mA として、以下の問いに答えなさい。

ただし、電気素量は 1.6×10^{-19} C、電子の質量は 9.1×10^{-31} kg である。また、相対論の効果は考えなくてよい。

問 1. 陽極に衝突する直前の電子の速さを求めなさい。ただし、陰極を出たときの電子の速さは 0.0 m/s とみなしなさい。

問 2. 陽極に毎秒衝突する電子の数を求めなさい。