

2019 (平成31) 年度 一般後期入学試験

数 学

注意事項

1. 問題1はマークシートに解答しなさい。
2. 問題2, 問題3は記述用解答用紙に, 記載されている指示に従って解答しなさい。得点欄, および裏面には何も書いてはいけません。
3. 解答上の注意は裏表紙に記載してあるので, この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし, 試験開始まで問題冊子を開いてはいけません。

マークシートの記入について(注意事項)

1. 解答の作成には, H, F, HBの鉛筆を使用して正しくマークすること。
よい解答例 ● (正しくマークされている)
悪い解答例 ⊙ ⊖ (マークが部分的で解答とみなされない)
2. 解答を修正する場合は, 必ず「プラスチック製消しゴム」であとが残らないように完全に消すこと。
鉛筆の色が残っていたり, 「~~✕~~」のような消し方などをした場合は, 修正したことにならないので注意すること。
3. 解答用紙は, 折り曲げたりメモやチェック等で汚したりしないように特に注意すること。
4. 受験番号欄の記入方法《 受験番号記入例(右図)参照 》
① 受験番号を数字で記入する
② 受験番号の数字を正しくマークする
正しくマークされていない場合, 採点できないことがあります。

— 受験番号記入例 — 受験番号1001の場合

受 験 番 号 欄			
千位	百位	十位	一位
1	0	0	1
○	●	●	○
●	○	○	●
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

注: 選択する数字は『0』から順番に並んでいます。

マークシート解答上の注意

1. 問題1の解答は、マークシートのカタカナに対応した解答欄にマークしなさい。
2. 問題文中の $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示がないかぎり、符号（-、±）または数字（0～9）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。
3. 解答欄の桁数が解答したい桁数よりも大きいときは、解答を右詰めで記載し、上位の桁は0をマークしなさい。
例えば、 $\boxed{\text{アイウ}}$ に25と答えたいときは、025として答えなさい。
4. 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a-1}{3}$ と答えるところを $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a-2}{6}$ のように答えてはいけません。

5. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

記述式問題解答上の注意

問題2、問題3の解答において、答えが分数となるときには既約分数とし、分母に根号を含むときには分母を有理化しなさい。また、根号の中に現れる自然数が最小となる形とし、根号をはずせる場合にははずしなさい。

問題 1 次の問いに答えよ.

(1) 1 から 2019 までの整数で, 4 で割り切れる整数の個数は $\boxed{\text{アイウ}}$ 個, 4 または 6 で割り切れる整数の個数は $\boxed{\text{エオカ}}$ 個, 4 または 6 または 10 で割り切れる整数の個数は $\boxed{\text{キクケ}}$ 個である.

(2) $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y = 7$ のとき, $\frac{x}{1+2y} + \frac{2y}{1+x}$ の最大値は $\boxed{\text{コ}}$, 最小値は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である.

(3) 2 つの変数 x, y の測定結果が下の表のようになった. このとき, x の分散は $\boxed{\text{セソ}}$, y の分散は $\boxed{\text{タチ}}$, x と y の共分散は $\boxed{\text{ツテ}}$ である. また, x と y の相関係数を分数で表すと $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である.

x	24	6	12	18
y	18	6	0	12

(4) さいころを 4 回投げ, 出た目を順に a_1, a_2, a_3, a_4 とする. このとき, 座標平面上で 2 直線 $a_1x + a_2y + 1 = 0, a_3x + a_4y - 1 = 0$ が平行になる確率は $\frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネノハ}}}$ である.

(5) $\vec{a} = (3, 11, 20), \vec{b} = (8, -3, -4)$ と実数 t に対し, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ の最小値は $\boxed{\text{ヒフ}}$ である.

(6) 1 辺の長さが 6 の正八面体のすべての面に接する球の体積は $\boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}\pi$ である.

(7) $\cos 20^\circ \cos 140^\circ \cos 260^\circ = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である.

(8) 次の数列の第 2019 項は $\boxed{\text{ムメモラ}}$ である.

$$1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 10, 11, \dots$$

ただし, この数列を, 下のように区画に分けたとき, 第 n 番目の区画の最後の数と第 $n+1$ 番目の区画の最初の数は等しい.

$$1 \mid 1, 2 \mid 2, 3, 4 \mid 4, 5, 6, 7 \mid 7, 8, 9, 10, 11 \mid \dots$$

(9) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{4\theta \sin \theta} = \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である. ただし, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ である.

(10) $x > 1$ のとき, 関数 $f(x)$ は等式 $\int_4^{x^3+3} f(t)dt = \log x$ を満たす. このとき, $f(6) = \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$ である.

空白ページ

Windom

問題 2

a_1, a_2, \dots, a_n を正の実数とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}$ を証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。

(2) (1) より、 $\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}$ 、 $\frac{a_3 + a_4}{2} \geq \sqrt{a_3 a_4}$ となることを利用して、

$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} \geq \sqrt[4]{a_1 a_2 a_3 a_4}$ を証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。

(3) (2) で、 $a_4 = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$ とおくことにより、 $\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \geq \sqrt[3]{a_1 a_2 a_3}$ を証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。

(4) (2) と (3) の証明の考え方を利用して $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$ を証明する方法の概略を、数行程度で述べよ。

Windom

空白ページ

Windom

問題 3

座標空間に 4 点 $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$ を頂点とする四面体 $OABC$ がある. この四面体の内部に動点 $P(t,t,t)$ があるとき, 次の問いに答えよ.

- (1) t のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) $\triangle OAP$ の面積を t を用いて表せ.
- (3) $\triangle ABP$ の面積を t を用いて表せ.
- (4) $\triangle OAP$ と $\triangle ABP$ の面積の和 S が最小となるときの t の値を求めよ.

Windom

空白ページ

Windom