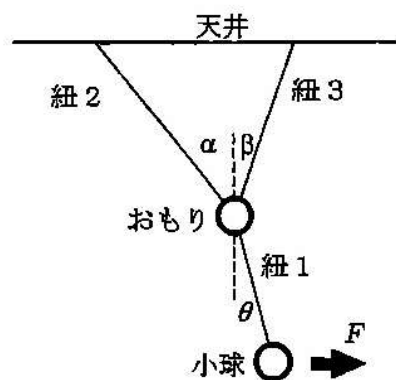


第1問

図のように、質量 M のおもりと質量 m の小球とを軽くて丈夫な3本の紐を使って天井からつるす。紐2、紐3が鉛直方向となす角度を各々 α 、 β とする。ただし、 $0^\circ < \beta < \alpha < 90^\circ$ である。図中の破線は鉛直方向を表す。おもりが静止したままで小球だけが動くような場合について考える。ただし、おもりと小球と3本の紐は常に同じ鉛直面内にあり、小球は同じ鉛直面内でのみ運動するものとする。また、おもりと小球の大きさは無視できるものとする。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。



[A] 小球に図中の右向きに大きさ F の水平方向の力を加えると、紐1が鉛直方向から角度 θ 傾いて全体が静止した。このとき、紐1の張力を T_1 、紐2の張力を T_2 、紐3の張力を T_3 とする。

問1 小球について、水平方向および鉛直方向の各々の方向に対して、力のつり合いの式を T_1 、 F 、 m 、 α 、 β 、 θ 、 g の中から必要な文字を用いて表せ。

問2 おもりについて、水平方向および鉛直方向の各々の方向に対して、力のつり合いの式を T_1 、 T_2 、 T_3 、 M 、 α 、 β 、 θ 、 g の中から必要な文字を用いて表せ。

問3 小球に働く力のつり合いを保ちながら、水平方向に加える力の大きさ F をゼロから徐々に大きくしてゆくと、 $F = F_0$ になった時に紐3がたるみ始めた。 F_0 を m 、 M 、 α 、 β 、 g の中から必要な文字を用いて表せ。

問4 $F = F_0$ の時、紐1の鉛直方向となす角を θ_0 とする。 $\tan \theta_0$ を m 、 M 、 α を用いて表せ。

[B] 次に、紐1がたるまないようにして、紐1を図中の破線より右側に角 θ_0 傾けて小球を静止させ、小球を初速度ゼロで静かにはなす。小球がはじめて最下点を通過した後、紐1が図中の破線より左側に角 β 傾いた時点における、小球の速さ、紐1および紐2の張力を以下の問いの指示に従って表せ。

問5 紐1の長さを L として、小球の速さを v 、 β 、 θ_0 、 g を用いて表せ。

問6 紐1の張力を T_1 、 β 、 θ_0 、 g を用いて表せ。

問7 紐2の張力を T_2 、 α 、 β 、 g を用いて表せ。

第2問

一辺の長さが a の立方体の形をした、密度一様な導体物質を用意する。
この導体物質の抵抗率を ρ とする。この導体物質は密度を一様に保ったまま自由に形を変形でき、変形しても抵抗率 ρ は一様であるとして以下の問いに答えよ。

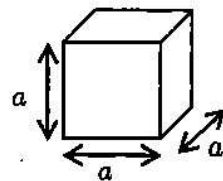


図1

[A] 用意した導体物質をすべて使って、断面積 S の細長い抵抗を作り、電源電圧 V の電源を図2の样につなぐ。

問1 この抵抗の抵抗値を a 、 ρ 、 S 、 V の中からの必要な文字を用いて表せ。

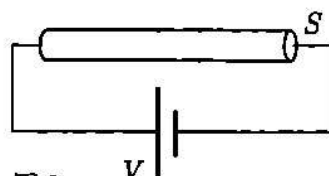


図2

問2 この時、抵抗における消費電力を求めよ。

[B] つぎに、[A]で作った断面積 S の細長い抵抗を折り曲げて、両端をつなぎ、長方形のコイルを作る。ただし、抵抗の断面積 S は有限な大きさであるが、コイルの全長に対しては十分に小さい為、折り曲げた角の部分の影響は無視できるものとする。この長方形コイルの縦横の長さの比を k ($0 < k \leq 1$) として以下の問いに答えよ。

磁束密度 B の一様な磁場の中にコイルの一辺が磁場と垂直になるように置き、その一辺を軸にして、一定の角速度 ω で回転させる(図3)。図3は一様な磁場が紙面に垂直で表→裏向きにあり、コイルが紙面上に平行になった状態を表している。

問3 コイルに生じる誘導起電力の最大値を a 、 ρ 、 S 、 V 、 k 、 B 、 ω の中からの必要な文字を用いて表せ。

問4 電流の実効値が最大になるのは k の値がいくらのときか。

問5 長方形コイルの縦横の長さの比 k の値が前問で求めた値のとき、消費電力の時間平均を a 、 ρ 、 S 、 V 、 B 、 ω の中からの必要な文字を用いて表せ。

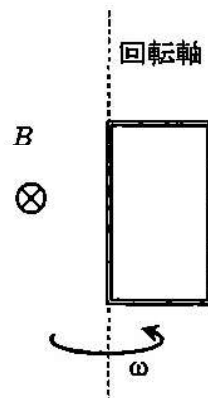


図3

第3問

質量が無視できる丈夫な棒の両端に小球 A と小球 B がついた物体 P がある (右図)。この小球 A と小球 B は共に同じ振動数 f_0 の音を発信する音源にもなっている。さらに、小球 A と小球 B はその大きさは無視できるが、いずれも質量を持つとする。

いま、この物体 P が滑らかな水平面上で外力を受けずに、その重心を中心にして角速度一定の回転運動をしている場合を考える。ただし、物体 P の重心は水平面に対して動かないものとする。



角速度一定で回転しながら音を発信



物体 P



観測者

同じ水平面上に静止している観測者が、この棒から十分に離れた位置で、小球 A と小球 B が発信する音を観測したところ、次の様な結果が得られた。

観測結果 1 : 周期的に変化する 2 つの異なる振動数の音を観測した。

観測結果 2 : この 2 つの音は周期的に同じ振動数 f_0 になり、その最小の時間間隔が t_0 であった。

観測結果 3 : この 2 つの音の振動数の差が最も大きくなる瞬間に、各々の振動数を観測すると、大きいほうの振動数が f_1 ($f_1 > f_0$)、小さいほうの振動数が f_2 ($f_2 < f_0$) であった。

以下の問いにおいて、観測者の位置が棒と小球から十分に離れている為、観測者から見た小球 A、小球 B の方角は同じ向きとみなしてよい。音速を c とし、解答は t_0 、 f_0 、 f_1 、 f_2 、 c の中から必要な文字を用いて表すこと。

問1 棒の回転の周期、および角速度はいくらか。

問2 小球 A と小球 B の質量の比 (1 以上になるように定義する) を求めよ。

問3 小球 A と小球 B の間の距離 (棒の長さ) を求めよ。

第4問

滑らかで水平な床の上に、水平面とのなす角が θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) の滑らかな斜面をもつ台を置く。この台の上面は滑らかで水平になっていて、その斜面側の端に滑車がついている。この滑車は摩擦なく回り、その質量は無視できる。また、この台の斜面と反対側（図1で左側）の側面は床に対して垂直になっている。この台の質量を M とする。そして、質量 m_P の物体 P と質量 m_Q の物体 Q を軽くて丈夫な糸でつないで、糸を滑車にかけ、物体 P を台の上面に置き、物体 Q を台の斜面に置く。糸がたるまない様にして物体 P 、物体 Q および台を静止させてから静かにはなす。以下の問いにおいて、常に、物体 P と滑車の間の糸は台の上面と平行で、物体 Q と滑車の間の糸は斜面と平行であるとし、物体 P と物体 Q は滑車や床に衝突することはないとする。重力加速度の大きさを g とする。

[A] 図1の様に、床に対して台が動かない様に止め板で支えてある場合について、以下の問いに答えよ。

問1 物体 P の加速度の大きさを求めよ。

問2 糸の張力の大きさを求めよ。

問3 台が止め板から受ける抗力の水平方向の大きさを求めよ。

問4 $m_P = m_Q$ の場合に、台が止め板から受ける抗力の水平方向の大きさが最大になるような斜面の傾斜角 θ の値を求めよ。

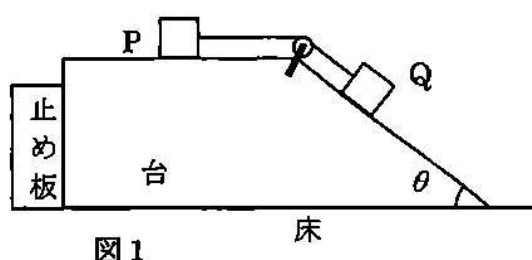
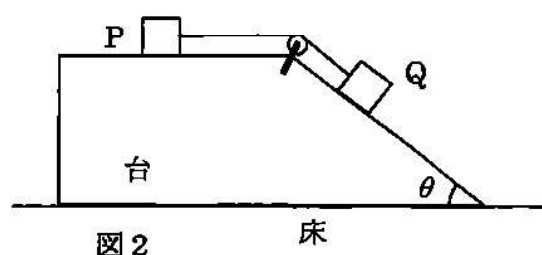


図1

[B] つぎに、図2のように、止め板を取り除き、台が自由に床の上をすべるようにする。[A]での問いと同様に、全体を静止させてから、糸がたるまない様にして静かにはなす。以下の問いにおいて、物体Pの質量 m_P と物体Qの質量 m_Q は等しくないものとして答えよ。



問5 物体Pが台に対して L だけ動いたとき、台は床に対して水平方向に x だけ動いた。 x を L 、 M 、 m_P 、 m_Q 、 θ を用いて表せ。

物体Pの台に対する加速度の大きさを α 、台の床に対する加速度の大きさを β とする。

問6 加速度の大きさの比 β/α を M 、 m_P 、 m_Q 、 θ を用いて表せ。

問7 斜面の傾斜角が θ_c のとき、物体Qが斜面から受ける垂直抗力の大きさがゼロになる。このときの $\tan\theta_c$ を g および β で表せ。