数理的問題

第1問

区別できる3個のサイコロ A, B, C を1回投げたとき，出た目をそれぞれ a, b, c とする．$k = \sqrt{abc}$ が整数になったとき，

(i) k の最大値は $\boxed{\quad(1)\quad}$ である．

(ii) 目の出方は全部で $\boxed{\quad(2)\quad}$ 通りある．

医学部 推薦

第2問

$n \geqq 2$ とする．n 人で次を行う．下図のように縦横 n 個ずつのマス目を作り，各列におけるマス目を上から順に 1 番目，2 番目，$\cdots$，n 番目と呼ぶことにする．はじめに 1 列目の各マス目に一人ずつ入ることにする．次のルール ①，②，③ を満たすような移動をすべての人が同時に行う．これを「一斉移動」と呼ぶ．

① i 番目（$1 \leqq i \leqq n$）にいる人は，いまいるマス目を起点として，$i-1$ 個分マス目を移動する．

② ① において 1 個分マス目を移動するとは，いまいるマス目から隣り合う真横右側にあるマス目に移ることである．

③ ② の例外的場合として n 列目の次に移動するマス目は 1 列目の i 番目とする．

この ③ の移動のことを「回帰」と呼ぶことにし，一斉移動を繰り返す．

	1列	2列	$\cdots\cdots$	n列
1番目			$\cdots\cdots$	
2番目			$\cdots\cdots$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n番目			$\cdots\cdots$	

(i) k 回一斉移動を行った後，i 番目の人が j 列目（$1 \leqq j \leqq n$）のマス目に達したとする．それまでに q 回の回帰を行ったとするとき，i，j，k，q の関係式を求めると $\boxed{\quad (3) \quad}$ である．

(ii) 一斉移動を 1 回以上繰り返した後，n 人がはじめて同一列に並んだとする．このときまでに行われた一斉移動の回数は $\boxed{\quad (4) \quad}$ 回である．これより前までに，各一斉移動後，同一列に 2 人以上の人がいる場合の回数をすべて数えると，$n=6$ のときは $\boxed{\quad (5) \quad}$ 回，$n=7$ のときは $\boxed{\quad (6) \quad}$ 回である．

第3問

「多面体」とは複数の平面によって囲まれた立体のことである. また「凸多面体」とは多面体であって, 多面体の表面上の任意の 2 点を結ぶ線分がその多面体に含まれるものをいう. さらに「正多面体」とは凸多面体であって, 各面がすべて合同な正多角形であり, かつそれぞれの頂点に集まる面の数が等しいものをいう. 正多面体に含まれる面の数を F, 辺の数を E, 頂点の数を V としたとき

$$F - E + V = 2$$

が成り立つことが知られている. 正多面体の各面は 正 n 角形であり, 各頂点には k 枚の面が集まっているとする.

(i) このとき V と E を n, k, F のうち必要なもので表すと $V = \boxed{\quad(7)\quad}$, $E = \boxed{\quad(8)\quad}$ が成り立つ.

(ii) 頂点数 12 の正多面体が存在することが知られている. この正多面体において k を n を用いて表すと $k = \boxed{\quad(9)\quad}$ が成り立つ. このことから, この図形は正 $\boxed{\quad(10)\quad}$ 面体であり, 辺の数は $\boxed{\quad(11)\quad}$ 本, 各面は正 $\boxed{\quad(12)\quad}$ 角形をなす.