

物理 問題 I

図1のように、水平面となす角度が 30° の十分に長くなめらかな斜面Sの上に、質量 M の三角柱の台Aを置くと、台Aの上面 S' は、傾斜が斜面Sと同じ方向を向いた長さ L のなめらかな斜面となり、水平面となす角度は 60° となった。この上面 S' の上端に質量 m の小物体Bを置き、静かに手をはなしたときの運動を考察する。重力加速度の大きさを g として、次の問いに答えよ。

まず、台Aを斜面Sに固定した場合を考える。この場合、手をはなすと小物体Bは上面 S' をすべりおりていった。

問1. 小物体Bが上面 S' の下端に達した瞬間の、小物体Bの運動エネルギーを求めよ。

問2. 小物体Bが上面 S' の下端に達した瞬間の、小物体Bの運動量の大きさを p とする。小物体Bが上面 S' の上端から下端まで距離 L をすべりおりるのにかかる時間を、 m, g, p を用いて表せ。

次に、台Aの固定を外し、台Aが斜面Sに沿って動ける場合を考える。この場合、台Aの質量 M と小物体Bの質量 m の関係によっては、小物体Bが上面 S' をすべりおりるときに台Aは斜面Sに沿って上向きに動くこともありうる。以下では、その条件を求めてみよう。図2には、向きの選択肢として 30° 間隔で①から⑫までの12個の向きが示されており、③と⑨は水平方向である。

台Aは斜面Sに沿って上向きに動くことと仮定し、その加速度の向きを図2の②（斜面Sに沿って上向き）、大きさを $a (< g)$ とする。このとき、上面 S' に固定した座標系で小物体Bの運動を考えると、小物体Bには慣性力がはたらいているように見える。この座標系において、上面 S' と垂直な方向の小物体Bのつり合いの条件を用いると、小物体Bにはたらく垂直抗力が求められ、それにより台Aにはたらく力が a を用いて表される。ここで、斜面Sに固定した座標系に移り、台Aの斜面Sに沿った方向の運動方程式を解くと a が決まる。仮定より $a > 0$ であるため、台Aの質量 M と小物体Bの質量 m が満たすべき関係式が求められる。

問3. 小物体Bにはたらく慣性力の向きを、図2の中から1個選んで番号で答え、その大きさを、 m, a を用いて表せ。

問4. 小物体Bにはたらく慣性力を上面 S' に平行なベクトルと垂直なベクトルに分解したとき、上面 S' に垂直なベクトルの向きを、図2の中から1個選んで番号で答え、その大きさを、 m, a を用いて表せ。

問5. 小物体Bが台Aを押す力の向きを、図2の中から1個選んで番号で答え、その大きさを、 m, g, a を用いて表せ。

問6. 台Aが斜面Sに沿って上向きに動くときの、台Aの質量 M と小物体Bの質量 m が満たすべき関係式を求めよ。

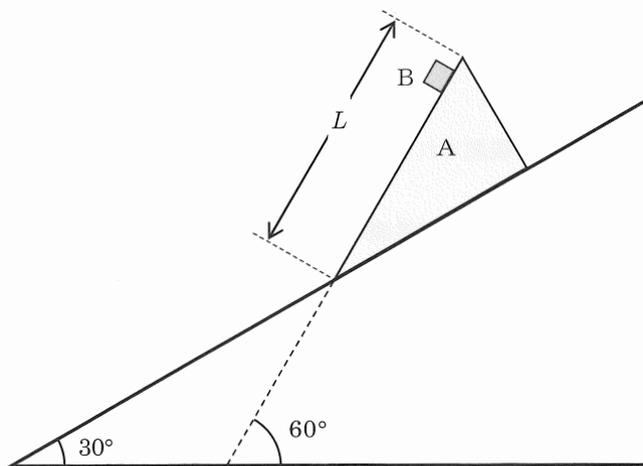


図1

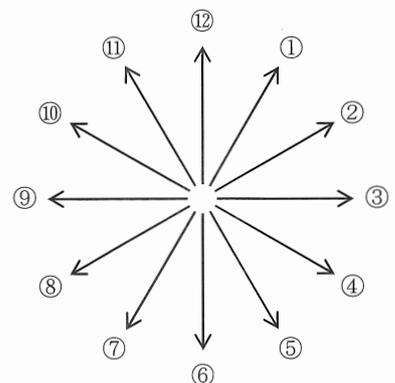


図2 向きの選択肢

物理 問題 II

次の文を読んで、問1、問2に答えよ。

太陽などの恒星から届く光をプリズムに通すと、さまざまな色の光に分光される。分けられた光は連続的に分布するが、部分的に光が届かない暗線が観測される。これを、線という。光が届かないのは、太陽などの恒星の内部で作られた光が地上に届くまでに、途中の物質に吸収されるためであり、暗線の波長を調べると、その物質の組成に関する情報が得られる。その結果、遠く離れた恒星も、水素やナトリウムといった元素から構成されることが分かった。

このように、現地まで行くことが困難な恒星の情報が得られるのは、物質には特定の波長の光を放出・吸収しやすい性質があり、そのスペクトルは物質ごとに特徴があるためである。このスペクトルは物質内の電子のエネルギー準位で決まり、異なる準位間のエネルギーの差に対応する波長の光が放出・吸収されやすい。例えば水素原子は、モデルによると許される電子のエネルギーが、整数 $n (n=1,2,3,\dots)$ を用いて $E_n = -\frac{A}{n^2}$ で与えられるため、エネルギー準位 E_n と $E_{n'}$ ($n'=n+1, n+2, n+3, \dots$) の間の遷移に対応した、 $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$ を満たす波長 λ の光を放出・吸収しやすい。ここで、 R は 定数である。これらのうち、特に $n=1,2,3$ に対応する波長の組を、それぞれライマン系列、 系列、パッシェン系列という。同様に、ナトリウムなどにも電子のエネルギー準位に応じた特徴的なスペクトルが存在する。

問1. から に入る人名を、以下の選択肢の (a) から (j) の中から1個ずつ選び、それぞれ記号で答えよ。

- 選択肢： (a) コンプトン (b) ド・ブロイ (c) バルマー (d) フラウンホーファー (e) ブラッグ
(f) ボーア (g) ミリカン (h) ラウエ (i) ラザフォード (j) リュードベリ

問2. に入る数式を、 定数 R 、プランク定数 h 、真空中の光速 c 、電気素量 e の中から必要なものを用いて表せ。

太陽や比較的近くの恒星から届く光の暗線は上記のスペクトルにほぼ一致するが、遠くの恒星では波長の比は一致するものの、全体的に波長がずれることも観測された。これは、これらの恒星が地球に対して運動しているためにおこるドップラー効果によるものであり、この効果を考慮した観測結果の解析から宇宙が膨張していることが確認された。

このような状況を、光の代わりに音波を用いた実験で解析してみよう。

表のように、2種類の振動数の音を同時に出す音源が①から⑥までの6個ある。風のない日、そのうちの2個を積んだ高速列車が直線の線路を等速度で走っている。線路上の離れたところに固定したマイクで音波を観測すると、その振動数は、それぞれ 250 Hz, 300 Hz, 375 Hz, 450 Hz であった。音速を V 、列車はマイクから遠ざかっているとして次の問いに答えよ。

問3. 速さ v で遠ざかる列車から振動数 f の音波を出したとき、マイクで観測される音波の振動数を求めよ。

問4. この列車に積まれている音源の番号をすべて挙げよ。

問5. 音速を $V=340 \text{ m/s}$ として、この列車の速さ v を有効数字2桁で答えよ。解答欄の括弧内に単位記号を書くこと。

表 音源①から⑥が出す2種類の振動数 (単位: Hz)

音源	①	②	③	④	⑤	⑥
振動数 1	200	240	250	300	360	375
振動数 2	240	300	375	540	450	450

物 理

物理 問題 III

図1のような電流と電圧の関係を示す電球と、順方向に電圧をかけたとき図2のような電流と電圧の関係を示すLED（発光ダイオード）がある。電球に流れる電流 I_1 [A] は、電圧 V_1 [V] が $0.30 \sim 3.00$ V の範囲では、 $I_1 = \frac{V_1 + 1.00}{40}$ と近似できる。電球は 0.10 A を超える電流が流れると壊れてしまう。一方、LED に流れる電流 I_2 [A] は、電圧 V_2 [V] が 1.70 V 以下では $I_2 = 0$ 、 $1.70 \sim 2.20$ V では $I_2 = \frac{V_2 - 1.70}{10}$ と近似でき、LED は 0.050 A を超える電流が流れると壊れてしまう。次の問いに有効数字2桁で答えよ。

答えに単位があるものについては、解答欄の括弧内に単位記号を書くこと。

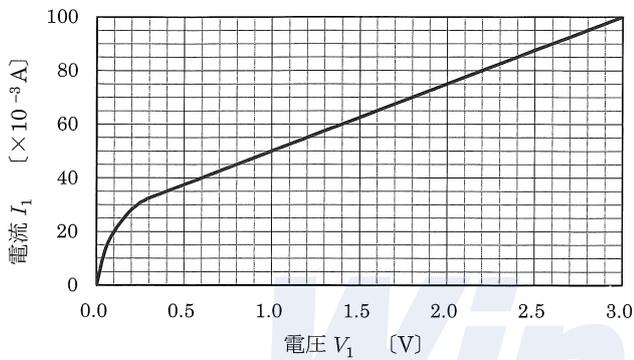


図1 電球

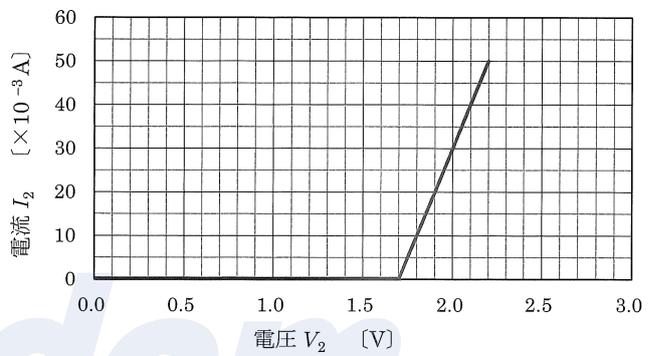


図2 LED

問1. 電球の両端に 2.00 V の電圧をかけたときと、LED の順方向に 2.00 V の電圧をかけたときのそれぞれの抵抗値を求めよ。

内部抵抗が無視できて電圧を変えることができる可変直流電源に、抵抗値が 40Ω の抵抗 R_1 、抵抗値が 10Ω の抵抗 R_2 、電球、LED を図3のようにつなぎ回路を作った。可変直流電源は、LED の順方向に電圧がかかるように接続した。

問2. 可変直流電源の電圧を調整して、電球に流れる電流を 0.050 A にした。

- (1) LED の両端にかかる電圧を求めよ。
- (2) 抵抗 R_1 での消費電力を求めよ。

問3. 可変直流電源の電圧を変えると、電球にかかる電圧が 2.00 V になった。抵抗 R_1 に流れる電流を求めよ。

問4. 電球と LED をともに壊さずに点灯させるための、可変直流電源の電圧の最大値を求めよ。

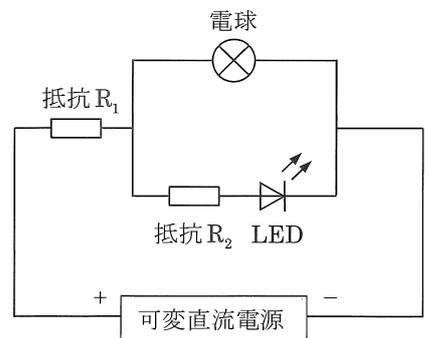


図3