第１問　ある学習塾で、小学６年生15人を対象に国語と算数の基礎学力テストを行った。下の表は、15人のうちの10人分の結果を、国語の得点を変量j、算数の得点を変量mとし、j、mの平均値をそれぞれ$\bar{j}$、$\overline{m}$としてまとめたものである。どちらの教科も満点は50点で、各生徒の得点は0点から50点まで1点刻みで算出されるものとする。また、算数の得点の標準偏差は、小数第3位を四捨五入した値である。

番号	j	m	$j-\bar{j}$	$m-\overline{m}$	$(j-\bar{j})^2$	$(m-\overline{m})^2$	$(j-\bar{j})(m-\overline{m})$
1	46	49	3.5	4	12.25	16	14.0
2	44	48	1.5	3	2.25	9	4.5
3	39	50	−3.5	5	12.25	25	−17.5
4	A	44	−1.5	−1	2.25	1	1.5
5	43	45	0.5	0	0.25	0	0
6	35	36	−7.5	−9	56.25	81	67.5
7	46	49	3.5	4	12.25	16	14.0
8	45	43	2.5	−2	6.25	4	−5.0
9	50	50	7.5	5	56.25	25	37.5
10	36	36	−6.5	−9	42.25	81	58.5
平均値	42.5	C	0	0	20.25	25.8	17.5
中央値	43.5	D					
標準偏差	B	5.08					

このとき、次の問い（問1～4）に答えよ。

ただし、小数の形で解答する際に小数第2位までに割り切れない場合は、小数第3位を四捨五入すること。

問１　表の空欄A、B、C、Dに当てはまる数値はそれぞれ、

A：$\boxed{アイ}$、B：$\boxed{ウ}$.$\boxed{エ}$、C：$\boxed{オカ}$、D：$\boxed{キク}$.$\boxed{ケ}$

である。

問２　表の10人の国語の得点と算数の得点の相関係数は $\boxed{コ}$.$\boxed{サシ}$ である。

問３　国語について、残りの5人の得点の平均が44、分散が9.2のとき、15人の全体の平均は $\boxed{スセ}$、分散は $\boxed{ソタ}$.$\boxed{チツ}$ である。

問４　算数について、残りの5人の得点が47、48、x、y、zであった。この5人分の得点を付け加えた15人全員の平均は10人のときと変わらなかった。また、$x \geqq 41$、$y \geqq 41$、$z \geqq 41$である。このようなx、y、zの組（x, y, z）は $\boxed{テト}$ 通りある。

第２問　正の数x, yは$(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 = 6\log_2 x - 8\log_2 y$を満たして動くものとする。

このとき、次の問い（問1～4）に答えよ。

問１　$x=1$のとき、$y = \boxed{ア}$ または $y = \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウエオ}}$ である。

問２　xのとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}} \leqq x \leqq \boxed{クケコ}$$

yのとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シスセ}} \leqq y \leqq \boxed{ソ}$$

である。

問３　$\dfrac{x^4}{y^3}$は$x = \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$、$y = \dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$のとき、最小値$\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$をとる。

問４　$\dfrac{x^4}{y^3}$の最大値は $\boxed{ニヌ}$ 桁の整数で、最高位の数字は $\boxed{ネ}$、一の位の数字は $\boxed{ノ}$ である。ただし、$\log_{10} 2 = 0.3010$、$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

第３問　座標平面上の放物線$y = x^2$をC、C上の2点A(a, a^2)、B(b, b^2)におけるCの接線をそれぞれl_1、l_2とし、l_1とl_2の交点をPとする。また、$\angle\mathrm{APB} = \theta$とする。ただし、$a < b$とする。

このとき、次の問い（問1～4）に答えよ。

問１　$\cos\theta = \dfrac{\boxed{アイ} - \boxed{ウ}\,ab}{\sqrt{\boxed{エ} + \boxed{オ}\,a^2}\sqrt{\boxed{カ} + \boxed{キ}\,b^2}}$ である。

問２　A、B、Pが$\theta = \dfrac{5\pi}{6}$を保ちながら動くとき、Pは方程式

$$x^{\boxed{ク}} - \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\left(y + \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\right)^{\boxed{ス}} = -1$$

で表される曲線の、$y > -\dfrac{1}{4}$にある部分（これをC'とする）を描き、Pのy座標の最小値は$\sqrt{\boxed{セ}} - \dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$である。

問３　問２の曲線C'とx軸との交点の座標は$\pm\dfrac{\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツテ}}$である。

問４　問２の曲線C'とx軸によって囲まれる部分の面積Sは、

$$S = \sqrt{\boxed{ト}}\left(\frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニヌ}} + \log\frac{\sqrt{\boxed{ネ}}}{\boxed{ノ}}\right)$$

である。ただし、曲線$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = -1$（$a > 0$, $b > 0$）が媒介変数tによって

$$\begin{cases} x = \dfrac{a}{2}\left(t - \dfrac{1}{t}\right) \\ y = \dfrac{b}{2}\left(t + \dfrac{1}{t}\right) \end{cases}$$

と表せることを用いて求めよ。