2015年度　順天堂大学(医)入試　数学　解答速報

Ⅰ

(1)

ア	2
イ	1
ウ	1
エ	4
オ	2
カ	1
キ	5
ク	4
ケ	1
コ	1
サ	−
シ	3
ス	5
セ	−
ソ	4
タ	−
チ	1
ツ	4

(2)

ア	1
イ	6
ウ	3
エ	1
オ	4
カ	2
キ	4
ク	−
ケ	6
コ	5
サ	1
シ	2
ス	5
セ	1
ソ	2
タ	3
チ	8
ツ	5
テ	5
ト	4
ナ	1
ニ	5
ヌ	5
ネ	6
ノ	5
ハ	5
ヒ	1
フ	6
ヘ	1
ホ	5
マ	2
ミ	5

(3)

ア	1
イ	−
ウ	1
エ	2
オ	1
カ	3
キ	2
ク	3

(4)

ア	2
イ	6
ウ	2
エ	4

Ⅱ

ア	0
イ	0
ウ	問題削除
エ	問題削除
オ	1
カ	2
キ	8
ク	2
ケ	3
コ	3
サ	3
シ	4
ス	−
セ	2
ソ	−
タ	3
チ	2
ツ	3
テ	1
ト	3

III

(1) $OP:OQ=1:t \quad (t>0)$

$\overrightarrow{OQ}=t\,\overrightarrow{OP}$ ---- (※)

$\overrightarrow{OQ}$は$\overrightarrow{OP}$をt倍したもの

Pが$\triangle ABC$上を動くので

Qは$\triangle ABC$をt倍に

拡大（縮小）した三角形上を

動く

$t=0$のときはQは原点となる

(2) $y=x^2+1$ ---- ①

①上の点を$P(x,y)$, $Q(X,Y)$とおくと. (※)より

$$\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}=t\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \text{ ---- (※1)}$$

$t=0$のときは $Q(0,0)$

$t>0$のとき (※1)より

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\frac{1}{t}\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}$$

これを①へ代入して

$$\frac{Y}{t}=\left(\frac{X}{t}\right)^2+1$$

$$Y=\frac{1}{t}X^2+t$$

以上から Qの軌跡は

$$\begin{cases} t>0 \text{ なら } y=\frac{1}{t}x^2+t \\ t=0 \text{ なら 原点}(0,0) \end{cases}$$

(3) $y=(x-a)^2+b$ ---- ②

$y=\frac{1}{t}(x-ta)^2+tb$ ---- ③

$y=sx$ ---- ④

②と④を連立

$(x-a)^2+b=sx$

$x^2-(2a+s)x+a^2+b=0$ ---- ⑤

判別式

$D=(2a+s)^2-4(a^2+b)$

$=4as+s^2-4b$

(i) $4as+s^2-4b>0$の時

⑤の解は

$$x=\frac{(2a+s)\pm\sqrt{4as+s^2-4b}}{2}$$

$$y=\frac{(2a+s)\pm\sqrt{4as+s^2-4b}}{2}s$$

交点は

$$\left(\frac{(2a+s)\pm\sqrt{4as+s^2-4b}}{2},\ \frac{(2a+s)\pm\sqrt{4as+s^2-4b}}{2}s\right)$$

（複号同順）

(ii) $4as+s^2-4b=0$の時

交点（接点）は

$$\left(\frac{2a+s}{2},\ \frac{(2a+s)s}{2}\right)$$

(iii) $4as+s^2-4b<0$の時

交点なし

②で yの所を $\frac{y}{t}$, xの所を $\frac{x}{t}$ とすると

$$\frac{y}{t}=\left(\frac{x}{t}-a\right)^2+b$$

$$y=\frac{1}{t}(x-ta)^2+bt$$

従って ③は ②を t倍 $(0<t<1)$ にしたもの

従って 交点 ③と④の交点も ②と④を t倍したものだから

iv) $4as+s^2-4b>0$ のとき

$$\left(\frac{(2a+s)\pm\sqrt{4as+s^2-4b}}{2}t,\ \frac{(2a+s)\pm\sqrt{4as+s^2-4b}}{2}st\right)$$

(複号同順)

v) $4as+s^2-4b=0$ のとき

$$\left(\frac{2a+s}{2}t,\ \frac{2a+s}{2}st\right)$$

vi) $4as+s^2-4b<0$ のとき

交点なし

(4) $y=x^2+1,\ y'=2x$ ――⑤

$y=a(x-b)^2+c\ (a\neq 0)$ ―⑥

(A) 接点が異なる場合

⑤上の点を (u, u^2+1) とおくと

この点における接線の式は

$$y-(u^2+1)=2u(x-u)$$

$$y=2ux-u^2+1$$

これと⑥を連立させて

$$2ux-u^2+1=a(x-b)^2+c$$

$$ax^2-2(u+ab)x+u^2+ab^2+c-1=0$$

接するので 判別式 $D/4=0$

$$(u+ab)^2-a(u^2+ab^2+c-1)=0$$

$$(1-a)u^2+2abu-ac+a=0 \text{ ―(8)}$$

ア) $a=1$ なら (8)は

$$2bu-c+1=0$$

$$2bu=c-1$$

$b\neq 0$ なら $u=\frac{c-1}{2b}$ を解に持つ

イ) $a\neq 0$ なら (8)が解が1つとなる条件は (8)の判別式$=0$

$$D/4=(ab)^2-(1-a)(-ac+a)=0$$

$a\neq 0$ だから, aで割って

$$ab^2-(1-a)(1-c)=0$$

(B) 接点が同一の場合

⑤と⑥を連立させて

$x^2+1=a(x-b)^2+c$

$(a-1)x^2-2abx+ab^2+c-1=0$ ---(※)

$a=1$なら⑤と⑥は接しないから

$a\neq1$として

(※)の判別式$=0$

$D/4=(ab)^2-(a-1)(ab^2+c-1)=0$

$ab^2-ac+c+a-1=0$

$a(b^2-c+1)+c-1=0$

講評

新課程元年だが，出題分野は「複素数平面」などは出ず，例年通りの出題であった。

Ⅰ (1)は定点を通る放物線，3次関数の決定

(2)は空間での座標，楕円の問題

(3)は通過領域（アステロイド）

(4)は平面ベクトル

Ⅱ 3次関数の面積比

Ⅲ 放物線の拡大，縮小，共通接線

Ⅰの小問集合は昨年と比べて，1題少なくなったが，質，計算量に変化はない。

Ⅲは例年「定義，証明」問題となる所だが，今年は変化が見られ証明はなかった。

試験時間70分に対して，問題のレベルも高く，計算時間もかかるので，合格ラインは60%位と思われる。