Windom の解答速報 順天堂大(医) 物理 2014

I **第1問**

問1 力のつりあいより，

$$\begin{cases} R\sin 45° = \mu N \\ R\cos 45° + N = mg \end{cases}$$

これらより，N を消去して，

$$\frac{R}{\sqrt{2}} = \mu\left(mg - \frac{R}{\sqrt{2}}\right) \qquad \therefore R = \frac{\sqrt{2}\mu mg}{1+\mu}$$

右端点周りのモーメントのつりあいより，

$$mg\cos\theta \times l = R\sin(45° + \theta) \times 2l$$

$$mg\cos\theta = 2R\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\right)$$

$$= \sqrt{2}R(\cos\theta + \sin\theta)$$

$$\therefore \left(mg - \sqrt{2}R\right)\cos\theta = \sqrt{2}R\sin\theta$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{mg - \sqrt{2}R}{\sqrt{2}R} = \frac{mg - \sqrt{2}\dfrac{\sqrt{2}\mu mg}{1+\mu}}{\sqrt{2}\dfrac{\sqrt{2}\mu mg}{1+\mu}}$$

$$= \frac{1-\mu}{2\mu} \quad \Rightarrow \quad \boxed{1} \quad ⑦$$

問2 (a) ドップラー効果の公式より，

$$f' = \frac{V+v}{V}f \quad \Rightarrow \quad \boxed{2} \quad ②$$

(b) ドップラー効果の公式より，

$$f'' = \frac{V}{V-v}f' = \frac{V+v}{V-v}f$$

$$\frac{V}{\lambda''} = \frac{V+v}{V-v}\frac{V}{\lambda}$$

$$\therefore \frac{\lambda''}{\lambda} = \frac{V-v}{V+v} \quad \Rightarrow \quad \boxed{3} \quad ⑤$$

問3 (a) $V = k\dfrac{Q}{x} + k\dfrac{-2Q}{x+a} = k\dfrac{Q(a-x)}{x(x+a)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{4} \quad ①$

(b) エネルギー保存則より，運動エネを０として，

$$0 + q\cdot k\frac{Q(a-x)}{x(x+a)} = 0 + q\cdot k\frac{Q(a-2a)}{2a(2a+a)}$$

$$\therefore x = 2a,\quad 3a \quad \text{よって答えは，}\ 3a \quad \Rightarrow \quad \boxed{5} \quad ②$$

問4 ファラデーの電磁誘導の法則より，

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB\cdot S}{dt} = \frac{B_0\cdot S}{T} = \frac{B_0\cdot \pi a^2}{T}$$

消費電力は，$P = \dfrac{\left(\dfrac{B_0\cdot\pi a^2}{T}\right)^2}{R} = \dfrac{\pi^2 a^4 B_0{}^2}{RT^2}$

この間に生じたジュール熱は，$Q = PT = \dfrac{\pi^2 a^4 B_0{}^2}{RT}$

$\Rightarrow \boxed{6} \quad ⑤$

問5 気体の二乗平均速度の公式より，

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M\times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{3\times 8.3\times 321}{32\times 10^{-3}}} = 516 \quad \Rightarrow \quad \boxed{7} \quad ⑥$$

第２問

問1 キルヒホッフの法則より，

$$RJ = R(I_A - J) + R(I_A - J - I_C)$$

$$= R(I_A - J) + R(I_A - J - I_A + I_B)$$

$$J = \frac{I_A + I_B}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{1} \quad ③$$

問２ $P = RJ^2 + R(I_A - J)^2 + R(I_A - J - I_C)^2$

$$= \frac{2R}{3}(I_A{}^2 - I_AI_B + I_B{}^2) \quad \Rightarrow \quad \boxed{2} \quad ⑥$$

問３ $P = rI_A{}^2 + rI_B{}^2 + r(I_A - I_B)^2$

$$= 2r(I_A{}^2 - I_AI_B + I_B{}^2)$$

等価回路であるならば消費電力も等しいはずだから，

$$\frac{2R}{3}(I_A{}^2 - I_AI_B + I_B{}^2) = 2r(I_A{}^2 - I_AI_B + I_B{}^2)$$

$$\therefore r = \frac{R}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{3} \quad ⑥$$

問４ 等価回路である事を利用して，図３の左側の回路をＹ接続回路に替えて合成する。

$$\frac{R}{3} + \left(\frac{3}{7R} + \frac{3}{4R}\right)^{-1} = \frac{13}{11}R \quad \Rightarrow \quad \boxed{4} \quad ⑦$$

第３問

問1 状態方程式はそれぞれ，

$$pV = nRT$$

$$(p + \Delta p)(V + \Delta V) = nR(T + \Delta T)$$

$$\therefore p\Delta V + \Delta pV = nR\Delta T$$

また，熱力学第一法則より，$0 = nC_V\Delta T + p\Delta V$ で，

$$\therefore \Delta T = -\frac{p\Delta V}{nC_V}$$

これらの式より，$\Delta p = -\gamma\dfrac{p\Delta V}{V} \quad \Rightarrow \quad \boxed{1} \quad ④$

問２ $\rho V = (\rho + \Delta\rho)(V + \Delta V)$ より，$\rho\Delta V = -\Delta\rho V$ で，

$$\therefore \frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta\rho}{\rho}$$

$$\therefore \Delta p = \gamma p\frac{\Delta\rho}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \boxed{2} \quad ①$$

問３ 気体の質量が等しいことから，

$$\rho Uts = (\rho + \Delta\rho)(Ut - \Delta vt)S$$

$$\therefore \Delta v = U\frac{\Delta\rho}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \boxed{3} \quad ⑤$$

問４ 力積と運動量の関係から，$\Delta pSt = \rho UtS\times\Delta v$

$$\therefore \Delta p = \rho U\Delta v \quad \Rightarrow \quad \boxed{4} \quad ⑦$$

問５ これらの式から，

$$-\gamma p\frac{\Delta\rho}{\rho} = \rho U\left(-U\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)$$

$$\therefore U = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{5} \quad ⑤$$

問６ 状態方程式から，$\rho = \dfrac{pM}{RT}$ で，

$$U = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\dfrac{pM}{RT}}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

$$\therefore \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{6} \quad ⑥$$

$\boxed{\text{II}}$

問 1　(a)　エネルギー保存則より，

$$mgl(1-\cos\theta_0)=\frac{1}{2}mv^2+mgl(1-\cos\theta)$$

$$\therefore v_0=\sqrt{2gl(\cos\theta-\cos\theta_0)}$$ （答）

(b) 中心方向の円の運動方程式より，

$$S=mg\cos\theta+m\frac{v_0{}^2}{l}$$
$$=mg(3\cos\theta-2\cos\theta_0)$$

問 2　運動量保存則とはね返り係数の関係より，

$$v_A=-\frac{v}{2}$$ （答）

$$v_B=\frac{v}{2}$$ （答）

問 3　運動量保存則とはね返り係数の関係より，

$$v'_A=-\frac{v}{2}$$ （答）

$$v'_B=\frac{v}{2}$$ （答）

問 4　(a)　エネルギー保存則より，

$$mgl(1-\cos\theta_0)=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\cos\theta_0=1-\frac{v^2}{2gl}$$

$$1-\frac{\theta_0{}^2}{2}=1-\frac{v^2}{2gl}$$

∴（答）

(b)　A は v で衝突して $\frac{v}{2}$ で跳ね返るので，最右点での角度は，

$$\theta_0=v\sqrt{\frac{1}{gl}}\text{ より，}\quad \theta'_0=\frac{v}{2}\sqrt{\frac{1}{gl}}=\frac{\theta_0}{2}$$

よって最右点の座標は $l\frac{\theta_0}{2}$

単振り子の周期より，$T_A=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

また，$T_B=2\pi\sqrt{\frac{\frac{l}{4}}{g}}=\frac{T_A}{2}$

B が半周期して元の位置に戻ったとき，A は四分の一周期で最右点にある。

そこから，それぞれの運動は単振動と扱えるので，それぞれの座標は，

$$x_A=l\frac{\theta_0}{2}\cos\omega t$$

$$x_B=l\frac{\theta_0}{2}\sin\omega t$$

衝突をするときの時間は，

$$l\frac{\theta_0}{2}\cos\omega t=l\frac{\theta_0}{2}\sin\omega t\text{ より，}\quad t=\frac{T}{8}=\frac{\pi}{4\omega}\text{ で，}$$

よって，衝突する座標は，

$$x_A=l\frac{\theta_0}{2}\cos\omega\frac{\pi}{4\omega}=\frac{\sqrt{2}}{4}l\theta_0$$ （答）

【講評】　例年より全体的に問題の難易度は高い。難しい問題が多く含まれ受験生は大変だっただろう。解くのが速い受験生でも全部を解ききるのに 90 分はかかりそうだ。

例年割りと簡単である第１問にも解きやすい問題は少ない。第２問も計算が大変でミスをおかしやすい。第３問も丁寧に立式して処理をしなければならず難しい部類に入る。$\boxed{\text{II}}$の問題だけは慣れている解きやすそうな問題だが，これもまた計算ミスをしやすい。

合格ラインは低く，５割～５割５分。