



Windom の解答速報 東京慈恵会医科大学 数学



1 (1) $Q = 15$ 3

(2) $S = \frac{9}{23}$ 1 $t = \frac{10}{23}$ 5

(3) $X=0$ の確率 $\frac{1}{15}$ E $X=2$ の確率 $\frac{2}{5}$ F

(4) $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow +0} h^2 = 0$

$$\lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{-h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} (-h^2) = 0$$

よって $f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = 0$ となり $f'(0)$ は存在する

∴ で微分可能

2.

2つの接線が一致するので $e^t = e^{1-t}$ ①

$$-e^t t + e^t = -s e^{1-t} - e^{1-t} + a \quad \text{②}$$

$$\text{① より } \underline{t = 1-s} \quad \text{② に代入して } \underline{a = -2t e^t + 3e^t}$$

$$(2) S_1(t) = \int_0^t (e^x - (e^t x - e^t t + e^t)) dx =$$

$$\underline{\frac{e^t}{2} t^2 - e^t t + e^t - 1}$$

④ $0 < t \leq 1$ のとき

$$S_2(t) = \int_{1-t}^0 \{ (e^t x - e^t t + e^t) - (-e^{1-x} + a) \} dx$$

$$= -\frac{t^2}{2} e^t + 2t e^t - \frac{5}{2} e^t + e$$

 $1 \leq t$ のとき

$$S_2(t) = \int_0^{1-t} \{ (e^t x - e^t t + e^t) - (-e^{1-x} + a) \} dx$$

$$= \frac{t^2}{2} e^t - 2t e^t + \frac{5}{2} e^t - 1$$

$$(3) 0 < t \leq 1 \text{ のとき } S(t) = (t - \frac{3}{2}) e^t - 1 + e \text{ より}$$

$$S'(t) = (t - \frac{1}{2}) e^t \text{ より}$$

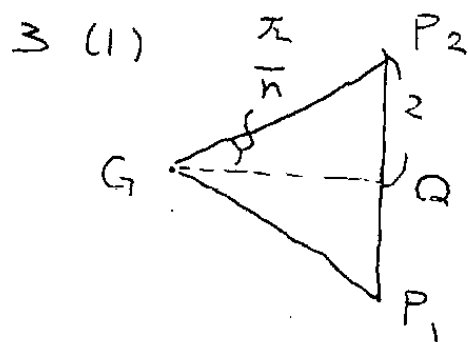
$$\text{最小は } S(\frac{1}{2}) = e - \sqrt{e} - 1$$

t	0		$\frac{1}{2}$		1
$S'(t)$		-	0	+	
$S(t)$		↓		↑	

$$1 \leq t \text{ のとき } S(t) = (t^2 - 3t + \frac{7}{2}) e^t - 1 - e \text{ より}$$

$$S'(t) = \{ (t - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \} e^t > 0 \text{ より } S(t) \text{ は単調増加}$$

$$\text{よって最小は } S(\frac{1}{2}) = \underline{e - \sqrt{e} - 1}$$

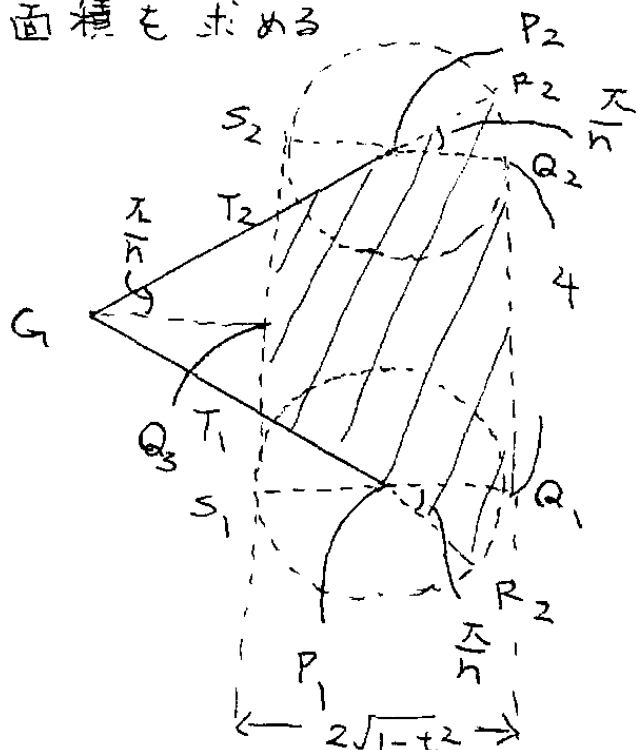


$$GQ = \frac{2}{\tan(\frac{\pi}{h})}$$

$$\therefore h \geq 3 \text{ かつ } (0 <) \frac{\pi}{h} \leq 3 \rightarrow 0 < \tan(\frac{\pi}{h}) \leq \sqrt{3}$$

$$\text{よって } GQ \geq \frac{2}{\sqrt{3}} > 1$$

(2) (i) までは $z=t$ の断面図を半直線 GP_1, GP_2 で切った小さい方の面積を求める



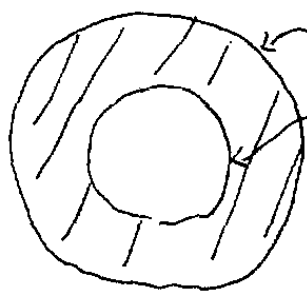
$$\begin{aligned} \square S_1 S_2 Q_2 Q_1 &= 2 \times \triangle S_2 P_2 T_2 + 2 \triangle P_2 Q_2 R_2 \\ &= 8\sqrt{1-t^2} - (\sqrt{1-t^2})^2 \tan(\frac{\pi}{h}) + \frac{\pi}{h} (\sqrt{1-t^2})^2 \\ &= 8\sqrt{1-t^2} + (\frac{\pi}{h} - \tan(\frac{\pi}{h})) (1-t^2) \quad (=X \text{ とおす}) \end{aligned}$$

$$\text{よって } S(t) = h \cdot X =$$

$$\frac{8h\sqrt{1-t^2} + (\pi - h \tan(\frac{\pi}{h})) (1-t^2)}{h}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad V(h) &= 2 \int_0^1 \{ 8h\sqrt{1-t^2} + (\pi - h \tan(\frac{\pi}{h})) (1-t^2) \} dt \\ &= 4\pi h + \frac{4\pi}{3} - \frac{4}{3} h \tan(\frac{\pi}{h}) \end{aligned}$$

(3) 求める立体を $z=t$ で切った断面図は左図である



$$\text{半径} = GR_2 = c + \sqrt{1+t^2} \quad (c = \frac{2}{\sin(\frac{\pi}{h})})$$

$$\text{半径} = GQ_3 = b - \sqrt{1+t^2} \quad (b = \frac{2}{\tan(\frac{\pi}{h})})$$

よって その断面面積は

$$\pi (GR_2^2 - GQ_3^2) = \pi \{ (c^2 - b^2) + (2c + 2b) \sqrt{1-t^2} \}$$

$$\text{よって } W(h) = 2 \int_0^1 \pi \{ (c^2 - b^2) + (2c + 2b) \sqrt{1-t^2} \} dt$$

$$(4) \quad h = \frac{\pi}{\theta} \text{ とおす}$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{V(h)}{W(h)} &= \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{V(\frac{\pi}{\theta})}{W(\frac{\pi}{\theta})} = \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{4\pi^2 + \frac{4}{3}\pi\theta - \frac{4}{3}\pi \tan\theta}{8\pi\theta + 2\pi^2 \frac{G\sin(\frac{\pi}{h}) + 1}{\sin(\frac{\pi}{h})}} = \frac{1}{1} \end{aligned}$$

講評

1.

教科書レベルの問題で，取りこぼしはできない。

2.

2. も，二曲線の共通接線の問題であり，答は複雑な形となるが，この程度の計算ができないようでは慈恵は厳しい。

3.

慈恵お得意の，空間把握能力を問う問題であり，誘導も比較的，親切である。

ボーダーは6割！！