Windom　2015 年度藤田保健衛生大学医学部後期≪物理解答≫

第 1 問

問 1

操作を 1 回行った後の圧力を P_1 とする。

温度が一定なので，ボイルの法則より，

$$P_0V = P_1(V + LS)$$

$$\therefore P_1 = \frac{V}{V + LS}P_0$$

問 2

操作を k 回繰り返した後の圧力を P_k とすると，

$$\begin{aligned} P_k &= \frac{V}{V + LS}P_{k-1} \\ &= \left(\frac{V}{V + LS}\right)^2 P_{k-2} \\ &= \cdots\cdots \\ &= \left(\frac{V}{V + LS}\right)^k P_0 \qquad \cdots\cdots① \end{aligned}$$

問 3

①に $V = 100LS$ を代入すると，

$$P_k = \left(\frac{100LS}{100LS + LS}\right)^k P_0 = \left(\frac{100}{101}\right)^k P_0 = \left(1 - \frac{1}{101}\right)^k P_0$$

ここで，$\dfrac{1}{101} << 1$ なので近似式を用いると，

$$\left(1 - \frac{1}{101}\right)^k \fallingdotseq 1 - k\frac{1}{101}$$

よって，

$$P_k = \left(1 - \frac{k}{101}\right)P_0$$

求める条件は $P_k < 0.9P_0$ なので，

$$\left(1 - \frac{k}{101}\right)P_0 < 0.9P_0$$

$$1 - \frac{k}{101} < 0.9$$

$$0.1 < \frac{k}{101}$$

$$10.1 < k$$

よって，求める k は，　　$k=11$回

問 4

問 1 と同様に，ボイルの法則より，

$$P_0(V+dS)=P_1(V+LS)$$

$$\therefore P_1=\frac{V+dS}{V+LS}P_0$$

問 5

操作を k 回繰り返した後のステップ 2 において，容器とピストンの気体の物質量をそれぞれ n_{A}， n_{B}，温度を T，気体定数を R とすると，理想気体の状態方程式より，

$$P_kV=n_{\mathrm{A}}RT \qquad \cdots\cdots②$$

$$P_0dS=n_{\mathrm{B}}RT \qquad \cdots\cdots③$$

弁 A を開いた後の容器およびピストンの圧力を P_k' とすると，物質量は変わらないので，

$$P_k'(V+dS)=(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})RT \qquad \cdots\cdots④$$

②，③，④より，

$$P_k'(V+dS)=P_kV+P_0dS$$

ピストンの位置を $x=d$ から $x=L$ まで引くと，

$$P_k'(V+dS)=P_{k+1}(V+LS)$$

$$\therefore P_{k+1}=\frac{P_kV+P_0dS}{V+LS}$$

問 6

問 5 の結果より，

$$P_{k+1}=\frac{V}{V+LS}P_k+\frac{P_0dS}{V+LS} \qquad \cdots\cdots⑤$$

この漸化式を解いて，

$$P_k=\left(\frac{V}{V+LS}\right)^k\left(P_0-\frac{d}{L}P_0\right)+\frac{d}{L}P_0$$

（漸化式の解き方）

漸化式の解の 1 つを α として，

$$\alpha=\frac{V}{V+LS}\alpha+\frac{P_0dS}{V+LS} \qquad \cdots\cdots⑥$$

これと⑤の両辺をひくと，

$$P_{k+1}-\alpha=\frac{V}{V+LS}(P_k-\alpha)$$

$$\therefore P_k-\alpha=\left(\frac{V}{V+LS}\right)^k(P_0-\alpha)$$

ここで，⑥を解くと，

$$\alpha = \frac{d}{L}P_0$$

よって,

$$P_k - \frac{d}{L}P_0 = \left(\frac{V}{V+LS}\right)^k \left(P_0 - \frac{d}{L}P_0\right)$$

$$\therefore P_k = \left(\frac{V}{V+LS}\right)^k \left(P_0 - \frac{d}{L}P_0\right) + \frac{d}{L}P_0$$

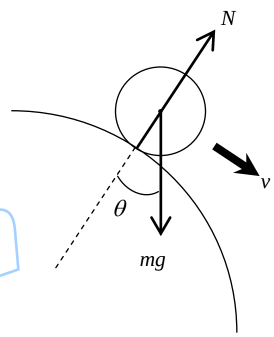
第 2 問

[A]

問 1

半球の中心方向の運動方程式は，垂直抗力を N ，物体の速さを v として，

$$\frac{mv^2}{R} = mg\cos\theta - N$$



$\theta = \theta_0$ で $N = 0$ で速さが v_0 となるので，

$$\frac{m{v_0}^2}{R} = mg\cos\theta_0 \qquad \cdots\cdots①$$

また，運動エネルギー保存則より，

$$mgR = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + mgR\cos\theta_0 \qquad \cdots\cdots②$$

①，②より，

$$mgR = \frac{1}{2}mgR\cos\theta_0 + mgR\cos\theta_0$$

$$mgR = \frac{3}{2}mgR\cos\theta_0$$

$$\therefore \cos\theta_0 = \frac{2}{3}$$

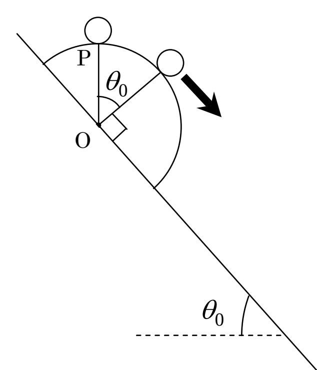
問 2

①に問 1 の結果を代入して，

$$\frac{m{v_0}^2}{R} = \frac{2}{3}mg$$

$${v_0}^2 = \frac{2gR}{3}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$$



[B]

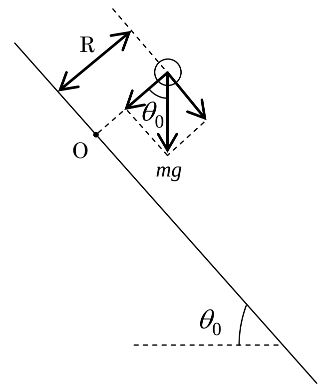
問 3

物体は斜面水平方向に初速度 $v_0 = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$ での斜方投射となり，斜

面垂直方向，斜面水平方向に分けて考える。斜面垂直方向，斜面水平方向にそれぞれ $mg\cos\theta_0$，$mg\sin\theta_0$ の力がかかっている。

斜面垂直方向の運動方程式は，加速度は a_V として，

$$ma_V = mg\cos\theta_0$$



問 1 より

$$a_V = \frac{2}{3}g$$

物体が離れた瞬間の斜面との距離は R であるので，

求める時間を t_1 とすると

$$R = \frac{1}{2}a_V t_1{}^2$$

$$t_1{}^2 = \frac{3R}{g}$$

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{3R}{g}}$$

問 4

斜面水平方向の加速度を a_H とすると，

$$a_H = g\sin\theta_0 = g\sqrt{1-\cos^2\theta_0} = g\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}g}{3}$$

よって，時間 t の間に斜面水平方向に進む距離が OB の長さなので，

$$\mathrm{OB} = v_0 t_1 + \frac{1}{2}a_H t_1{}^2$$

$$= \sqrt{\frac{2gR}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3R}{g}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}g}{3}\cdot\frac{3R}{g}$$

$$= \sqrt{2}R + \frac{\sqrt{5}}{2}R$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2}R$$

第 3 問

[A]

問 1

$$F = (k_1+k_2)x \quad \cdots\cdots（ア）$$

$$k_1+k_2 \quad \cdots\cdots（イ）$$

それぞれのバネに F の力が加わるから，

$$x = \frac{F}{k_1}+\frac{F}{k_2} = \frac{k_1+k_2}{k_1k_2}F \quad \cdots\cdots（ウ）$$

$F = \dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}x$ と書けるから，

$$\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \qquad \cdots\cdots \text{（エ）}$$

[B]

問 2

バネは並列なので，合成バネ定数を k_1 として，

$$k_1 = k \times (N \times N) = N^2 k$$

問 3

k_1 のバネが直列に M 個並んでいるので，合成バネ定数を k_2 として，

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} + \cdots + \frac{1}{k_1} = \frac{M}{k_1}$$

$$k_2 = \frac{k_1}{M} = \frac{N^2}{M} k$$

問 4

体積を V，バネの個数を n とすると，それぞれ

$$V = aML^2$$

$$n = MN^2$$

であるので，求める ρ は，

$$\rho = \frac{n}{V} = \frac{MN^2}{aML^2} = \frac{N^2}{aL^2}$$

問 5

合成バネ定数 k_2 を用いて，

$$F = k_2 h$$

$$F = \frac{N^2 kh}{M}$$

これと係数 E の定義式から，

$$\frac{N^2 kh}{ML^2} = \frac{Eh}{aM}$$

$$E = \frac{aN^2 k}{L^2} = a^2 k \cdot \frac{N^2}{aL^2} = a^2 k \rho$$

第 4 問

問 1

求める電荷を Q_0 とすると，

$$Q_0 = CE$$

問 2

スイッチ S を B 側に入れて十分時間が経過した後の C_1 と C_2 の内側の孤立部分に蓄えられる全電荷は CE

で，その電位をV_1，点 K の電位を基準として電荷量保存より，

$$CE = C(V_1 - 0) + C(V_1 - E)$$

$$\therefore V_1 = E$$

$$\therefore Q_1 = 0$$

問 3

問 2 より，

$$E - 0 = E$$

問 4

$V_1 = E$ より，点 P 側の電位が点 K 側より高い。

問 5

スイッチ S を A 側に入れたびにコンデンサーC_1の電位差はEになる。　　E

問 6

問 2 と同様に電荷の保存より，

$$CV_n + CE = C(V_{n+1} - 0) + C(V_{n+1} - E)$$

$$\therefore V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n + E$$