Windom　2014 年度藤田保健衛生大学医学部後期≪物理解答≫

第１問

問１　原点から打ち出されて折り返し，再び原点に戻るまでに 4 秒を要しているので，原点から折り返し点に到達するのに要する時間は半分の 2 秒である。

荷電粒子の速度の x 成分，y 成分をそれぞれ v_x，v_y，加速度の x 成分，y 成分をそれぞれ a_x，a_y とおくと，

原点から打ち出されて折り返し点に到達するまでについて，

$$3g = v_x \times 2 + \frac{1}{2}a_x \times 2^2 \quad \cdots\cdots①$$

$$4g = v_y \times 2 + \frac{1}{2}a_y \times 2^2 \quad \cdots\cdots②$$

が成り立ち，折り返し点から再び原点に到達するまでについて，

$$0 - 3g = \frac{1}{2}a_x \times 2^2 \quad \cdots\cdots③$$

$$0 - 4g = \frac{1}{2}a_y \times 2^2 \quad \cdots\cdots④$$

③，④より，

$$a_x = -\frac{3}{2}g, \qquad a_y = -2g$$

これらをそれぞれ①，②に代入すると，

$$v_x = 3g, \qquad v_y = 4g$$

以上より，初速度の大きさ v は，

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(3g)^2 + (4g)^2} = \underline{\underline{5g}}$$

問２　電場から受ける力を F とし，x 成分および y 成分をそれぞれ F_x，F_y とおく。

x 軸方向および y 軸方向(鉛直方向)についてそれぞれ運動方程式を書き出すと，荷電粒子の質量を M として，

$$Ma_x = F_x, \qquad Ma_y = Mg + F_y$$

問１より，　$F_x = -\dfrac{3}{2}Mg$，　$F_y = -Mg$

よって，　$F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2} = \sqrt{\left(-\dfrac{3}{2}Mg\right)^2 + (-Mg)^2} = \dfrac{\sqrt{13}}{2}Mg$　　よって，$\underline{\underline{\dfrac{\sqrt{13}}{2}}}$倍

問３　$\tan\theta = \dfrac{|F_y|}{|F_x|} = \dfrac{Mg}{\dfrac{3}{2}Mg} = \underline{\underline{\dfrac{2}{3}}}$

問４　初速度は $v = 5g$ であり，y 軸方向の加速度は $a_y = -2g$ であったから，最高点の座標を y とおくと，

$$0^2 - (5g)^2 = 2(-2g)y \qquad \therefore y = \frac{25}{4}g$$

問５　$0 = vt + \frac{1}{2}at^2$　より，

$$0 = 5t + \frac{1}{2} \times (-2g)t^2$$

$$= 5t - t^2 \qquad \therefore \ t = 0,\ 5$$　よって，５秒後に床に到達する。

また，x 方向について，床に到達するときの x 座標を x とおくと，

$$x = 0 \times 5 + \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}g\right) \times 5^2$$

$$= \underline{\underline{-\frac{75}{4}g}}$$

第２問

問１　A$\rightarrow$Bは断熱過程であるから，

$$P_1 V_1{}^{\gamma} = P_2 V_2{}^{\gamma}$$

よって，　$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$$

$$= \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}}$$

問２　　状態B，Cそれぞれの絶対温度をT_B，T_Cとおくと$T_B = \sqrt{2}T_C$が成り立つ。

状態B，Cについて，ボイル・シャルルの法則より，　$\dfrac{P_2 V_2}{T_B} = \dfrac{P_3 V_2}{T_C}$

よって，　$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_C}{T_B}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

問３　　C$\rightarrow$Dは断熱過程であるから，

$$P_3 V_2{}^{\gamma} = P_4 V_1{}^{\gamma}$$

$$P_4 = P_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}$$

両辺をP_2で割ると，

$$\frac{P_4}{P_2} = \frac{P_3}{P_2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}}$$　　（問２より）

※　状態B,Dについてのボイルシャルルの法則でも求めることは出来る。

問４　状態Dにおける絶対温度をT_Dとおくと，$T_D = T_B$である。

状態B，Dについて，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_2 V_2}{T_B} = \frac{P_4 V_1}{T_D}$$

よって，$$\frac{P_4}{P_2} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_D}{T_B}$$

$$\frac{P_4}{P_2} \cdot \frac{V_1}{V_2} = 1$$　　（$T_D = T_B$より）

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{V_1}{V_2} = 1$$　　（問３より）

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{V_2}{V_1} = 2\sqrt{2}$$

問５　状態 A における絶対温度を T_{A} とおくと，状態 A，B について，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{P_1 V_1}{T_{\mathrm{A}}} = \frac{P_2 V_2}{T_{\mathrm{B}}}$$

よって，　$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} \qquad \text{（問１より）}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}}$$

$$\sqrt{2} = \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} \qquad \text{（問４より）}$$

$$\therefore \quad T_{\mathrm{A}} = \sqrt{2} T_{\mathrm{B}} = \sqrt{2} T_{\mathrm{D}}$$

熱が出入りするのは定積過程のみで，気体は $\mathrm{B} \to \mathrm{C}$ のとき熱を放出し，$\mathrm{D} \to \mathrm{A}$ のとき熱を吸収する。この気体の定積熱容量を C_V とおくと，

$$Q_{out} = C_V (T_{\mathrm{B}} - T_{\mathrm{C}})$$

$$= C_V (\sqrt{2} - 1) T_{\mathrm{C}} \qquad \text{（} T_{\mathrm{B}} = \sqrt{2} T_{\mathrm{C}} \text{ より）}$$

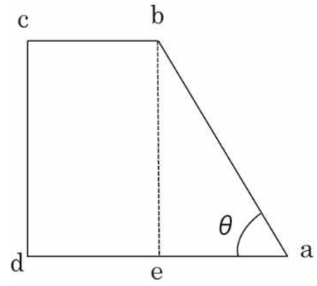
$$Q_{in} = C_V (T_{\mathrm{A}} - T_{\mathrm{D}})$$

$$= C_V (\sqrt{2} - 1) T_{\mathrm{D}} = C_V (2 - \sqrt{2}) T_{\mathrm{C}} \qquad \text{（} T_{\mathrm{A}} = \sqrt{2} T_{\mathrm{D}} \text{ より）}$$

よって，　$$\frac{Q_{out}}{Q_{in}} = \frac{C_V (\sqrt{2} - 1) T_{\mathrm{C}}}{C_V (2 - \sqrt{2}) T_{\mathrm{C}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

第３問

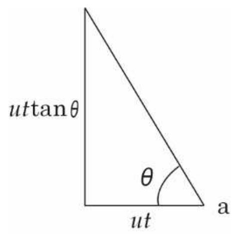


問１　右図のように点 b から辺 ad に下ろした垂線の足を点 e とすると，

$$\overline{\mathrm{ae}} = \frac{L}{\tan\theta}$$

よって，$ut_1 = \dfrac{L}{\tan\theta}$

$$\therefore t_1 = \underline{\underline{\frac{L}{u\tan\theta}}}$$



問２　時刻 t における台形コイルと磁場の共通部分の面積を S とすると，

$$S = \frac{1}{2}\times ut \times ut\tan\theta$$

$$= \frac{1}{2}u^2t^2\tan\theta$$

両辺を微分すると，$\dfrac{dS}{dt} = u^2 t\tan\theta$

よって，誘導起電力 V_1 は，

$$V_1 = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|-\frac{d(BS)}{dt}\right| = \left|-B\frac{dS}{dt}\right| = B\times u^2t\tan\theta = \underline{\underline{u^2tB\tan\theta}}$$

問３　$t_1 \leqq t < t_2$ のとき，$\dfrac{dS}{dt} = u\times L$ であるから，誘導起電力 V_2 は，

$$V_2 = \left|-B\frac{dS}{dt}\right| = \underline{\underline{uLB}}$$

問４　x 成分は，辺 ab が受ける力の x 成分のみで構成される。電流はコイルを時計回りに流れるので，辺 ab が受ける力は内側向きである。時刻 t における辺 ab と磁場の共通部分の長さを l_{ab} とおくと，

$$l_{\mathrm{ab}} = \frac{ut}{\cos\theta}$$

よって，辺 ab が受ける力の x 成分 F_x は，コイルに流れる電流の大きさを I とおくと，

$$F_x = -IBl_{\mathrm{ab}}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

$$= -\frac{V_1}{R}B\cdot\frac{ut}{\cos\theta}\cdot\sin\theta$$

$$= -\frac{u^2tB\tan\theta}{R}\cdot B\cdot\frac{ut}{\cos\theta}\sin\theta$$

$$= -\frac{u^3t^2B^2\tan^2\theta}{R}$$

y 成分は，辺 ab が受ける力の y 成分と辺 ad が受ける力で構成される。

辺 ab が受ける力を $F_{y,\ \mathrm{ab}}$ とおくと，力の向きは y 軸の負の向きなので，

$$F_{y,\ \mathrm{ab}} = -IBl_{\mathrm{ab}}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$$

$$= -\frac{V_1}{R}\cdot B\frac{ut}{\cos\theta}\cdot\cos\theta$$

$$= -\frac{u^2 tB\tan\theta}{R}\cdot B\frac{ut}{\cos\theta}\cdot\cos\theta$$

$$= -\frac{u^3 t^2 B^2 \tan\theta}{R}$$

時刻 t における辺 ad と磁場の共通部分の長さを l_{ad} とおき，

辺 ad が受ける力を $F_{y,\ \mathrm{ad}}$ とおくと，力の向きは y 軸の正の向きなので，

$$F_{y,\ \mathrm{ad}} = IBl_{\mathrm{ad}}$$

$$= \frac{V_1}{R}\cdot B\cdot ut = \frac{u^2 tB\tan\theta}{R}\cdot B\cdot ut = \frac{u^3 t^2 B^2\tan\theta}{R}$$

以上より，生じる力の y 成分 F_y は，

$$F_y = F_{y,\ \mathrm{ab}} + F_{y,\ \mathrm{ad}}$$

$$= -\frac{u^3 t^2 B^2\tan\theta}{R} + \frac{u^3 t^2 B^2\tan\theta}{R} = \underline{\underline{0}}$$

問 5　$0 \leqq t < t_1$ における消費電力 P_1 は，

$$P_1 = \frac{{V_1}^2}{R}$$

$$= \frac{(u^2 tB\tan\theta)^2}{R} = \underline{\underline{\frac{u^4 t^2 B^2 \tan^2\theta}{R}}}$$

問 6

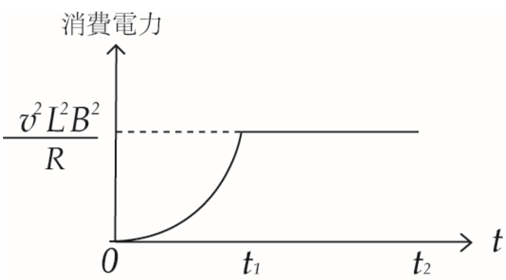
$t_1 \leqq t < t_2$ における消費電力 P_2 は，

$$P_2 = \frac{{V_2}^2}{R} = \frac{(uLB)^2}{R} = \frac{u^2 L^2 B^2}{R}$$

また，$t = t_1$ のとき，$ut_1\tan\theta = L$ となるので，

$$P_1 = \frac{u^4 {t_1}^2 B^2 \tan^2\theta}{R} = \frac{u^2 L^2 B^2}{R}$$

以上より，グラフは図のようになる。



第 4 問

問 1　作用させた力の大きさを F とおくと，斜面方向のつりあいより，

$$\underline{\underline{F = Mg\sin\theta}}$$

問 2　重心 G のまわりのモーメントのつりあいより，

$$N_{P1} \times L = N_{Q1} \times L$$

$$\therefore\ \underline{\underline{\frac{N_{Q1}}{N_{P1}} = 1}}$$

問 3　ひもの張力を T とおくと，斜面方向の力のつりあいより，

$$\underline{\underline{T = Mg\sin\theta}}$$

問 4　重心 G のまわりのモーメントのつりあいより，

$$N_{P2} \times L = T \times D + N_{Q2} \times L$$

問 3 より，$N_{P2}L = Mg\sin\theta D + N_{Q2}L$

ここで，斜面に垂直な方向の力のつりあいより，$N_{P2} + N_{Q2} = Mg\cos\theta$ であるから，

$$N_{P2}L = \frac{N_{P2} + N_{Q2}}{\cos\theta}\sin\theta D + N_{Q2}L$$

$$N_{Q2}(L + D\tan\theta) = N_{P2}(L - D\tan\theta)$$

$$\therefore\ \underline{\underline{\frac{N_{Q2}}{N_{P2}} = \frac{L - D\tan\theta}{L + D\tan\theta}}}$$

問 5　　問 4 の結果から，

$$N_{P2} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{D}{L}\tan\theta\right)Mg\cos\theta$$

$$N_{Q2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D}{L}\tan\theta\right)Mg\cos\theta$$

$N_{Q2} = 0$ のとき物体は転倒するので，

$$1 - \frac{D}{L}\tan\theta_C = 0$$

よって，$\underline{\underline{\tan\theta_C = \frac{L}{D}}}$